

מבחן סיווג במתמטיקה 4.9.20

משך המבחן : שלוש שעות.

ללא חומר עזר וללא מחשבון.

במבחן 20 שאלות שמשקלן זהה.

יש לענות על כל השאלות, על גבי טופס התשובות.

תשובות שיסומנו על טופס המבחן לא ייבדקו.

בהצלחה!

שאלה מספר 1:

בסדרה הנדסית של מספרים מרוכבים האיבר הראשון הוא $1 + i$ והאיבר השני הוא 2.

אז לכל n טבעי האיבר a_{4n+2} שווה ל:

א. 2^{4n}

ב. 0

ג. $(-1)^n 2^{2n+1}$

ד. $(-1)^n 2^{2n+1} i$

ה. $2^{4n} i$

בחלק מהגרסאות נשמט הסימון של החלק המדומה בתשובה ד. שתי התשובות התקבלו

שאלה מספר 2:

יהא מישור המוגדר על ידי המשוואה $x + 3y + 2z - 1 = 0$. תהא Q נקודה על המישור הקרובה ביותר

לנקודה $P(1, 0, -1)$. מצאו את Q .

א. $(\frac{8}{7}, \frac{3}{7}, -\frac{5}{7})$

ב. $(1, 0, 0)$

ג. $(-1, 0, 1)$

ד. $(\frac{5}{7}, -\frac{2}{7}, \frac{4}{7})$

ה. $(-\frac{3}{7}, \frac{5}{7}, -\frac{5}{7})$

שאלה מספר 3:

נתונים וקטורים $\vec{u}, \vec{v}$. נגדיר שני וקטורים חדשים: $\vec{a} = |\vec{v}|\vec{u} + |\vec{u}|\vec{v}$ ו- $\vec{b} = |\vec{u}|\vec{v} - |\vec{v}|\vec{u}$.

בנוסף נתון כי $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$. אז הזווית בין הוקטורים $\vec{a}, \vec{b}$ היא:

א. 0

ב. π

ג. $\frac{\pi}{2}$

ד. $\frac{\pi}{3}$

ה. $\frac{\pi}{4}$

שאלה מספר 4:

הגבול $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctan(x) - \frac{\pi}{4}}{\pi x - \pi}$ שווה :

א. $\frac{1}{2}$

ב. $\frac{\pi}{2}$

ג. 0

ד. $\frac{1}{\pi}$

ה. $\frac{1}{2\pi}$

שאלה מספר 5:

נתון מספר מרוכב z המקיים $z \neq -1$ ו- $|z| = 1$. נסמן $w = \frac{z-1}{z+1}$ אז בהכרח מתקיים :

א. $Re(w) = 0$

ב. $Im(w) = 0$

ג. $w = \bar{z}$

ד. $|w| = 1$

ה. $w = z$

שאלה מספר 6:

נסמן $a = \log_{10}(2)$. אז $\log_{\sqrt{10}}(5)$ שווה ל :

א. $2(1+a)$

ב. $2(1-a)$

ג. $1-a$

ד. $1+a$

ה. לא ניתן לדעת

שאלה מספר 7:

איזה מהביטויים הבאים מופיע בפיתוח הבינום של $(x^6 + y^5)^7$ עם מקדם שונה מאפס?

א. $x^{12}y^{25}$

ב. $x^{18}y^{25}$

ג. $x^{18}y^{15}$

ד. $x^{12}y^{30}$

ה. אף אחד מהביטויים הנ"ל לא מופיע עם מקדם שונה מאפס.

שאלה מספר 8:

מספר המספרים השלמים עבורם הפונקציה $f(x) = \log_2(x^2 - 2x) - 3$ מקיימת $f(x) \leq 0$ הוא:

א. 7

ב. 2

ג. 4

ד. 5

ה. $f(x) \leq 0$ לכל x בתחום ההגדרה.

שאלה מספר 9:

המרחק בין הערך המקסימלי והמינימלי בתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \sqrt[4]{16 - (2^{x-3})^x}$ הוא:

א. 2

ב. 1

ג. 8

ד. 4

ה. 5

שאלה מספר 10:

נתונה הסדרה a_n המוגדרת על ידי נוסחת נסיגה: $a_1 = 6, a_{n+1} = 2a_n$.
אז סכום 99 האיברים הראשונים של הסדרה הוא:

א. $3 \cdot 2^{100} - 6$

ב. $3 \cdot 2^{100}$

ג. 2^{100}

ד. 99

ה. 6^{100}

שאלה מספר 11:

נתון פולינום $p(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 1$ ונתון ש- x_0 הוא שורש של הפולינום.
נסמן $q(x) = x^5 + dx^4 + cx^3 + bx^2 + ax + 1$. אז בהכרח אחד משורשי $q(x)$ הוא:

א. x_0

ב. $(x_0)^2$

ג. $\frac{1}{x_0}$

ד. $-x_0$

ה. לא ניתן למצוא שורש של $q(x)$ על פי הנתונים בשאלה.

שאלה מספר 12:

למשוואה $x^4 + 2px^2 + q = 0$ יש 4 פתרונות ממשיים שונים אם:

א. $p < 0$ וגם $p^2 > q > 0$

ב. $p > 0$ וגם $p^2 > q > 0$

ג. $p < 0$ וגם $p^2 > q$

ד. $p > 0$ וגם $p^2 > q$

ה. לכל p, q לא יהיו 4 פתרונות ממשיים למשוואה.

שאלה מספר 13:

נתון ש- $\sin \alpha = \frac{1}{2}$. אז $\frac{\tan(\frac{\alpha}{2})}{1+\tan^2(\frac{\alpha}{2})}$ שווה ל:

א. $\frac{1}{2}$

ב. 1

ג. $\frac{1}{4}$

ד. 0

ה. $-\frac{1}{2}$

שאלה מספר 14:

נתונה פונקציה גזירה והפיכה $f(x)$ ונתון ש- $f(x_0) = y_0$. בנוסף, נתון ש- $f'(x_0) = a \neq 0$

ו- $(f^{-1})'(y_0) = \frac{6}{2a+3}$. אז a שווה ל:

א. $\frac{3}{4}$

ב. 1

ג. 0

ד. $\frac{4}{3}$

ה. $\frac{2}{3}$

שאלה מספר 15:

נתון כי לפונקציה $f(x) = ax^3 + bx^2 - 9x$ יש נקודת קיצון ב- $x = 1$ ונקודת פיתול ב- $x = -1$.

אז $a + b$ שווה ל:

א. 8

ב. 4

ג. 2

ד. 0

ה. 1

שאלה מספר 16:

חשבו $\int_0^{1/2} \frac{1}{4x^2+1} dx$

א. $\frac{\pi}{8}$

ב. $\frac{\pi}{4}$

ג. π

ד. $\frac{\pi}{2}$

ה. 1

שאלה מספר 17:

נתונות 3 פונקציות: $f(x) = x^2$, $g(x) = \sin x$, $h(x) = \cos x$ או $(f \circ h)(x) + (f \circ g)(x)$ שווה ל:

א. $\sin(x^2) + \cos(x^2)$

ב. $(\sin x + \cos x)^2$

ג. 1

ד. 0

ה. $\frac{1}{2}$

שאלה מספר 18:

חשבו $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{\sqrt{x-2}-1}$:

א. 1

ב. 0

ג. $\frac{1}{2}$

ד. $\frac{3}{2}$

ה. 3

שאלה מספר 19:

ההפרש בין המינימום והמקסימום הגלובליים של הפונקציה $f(x) = 3x^2 - |x - 1|$ בתחום $[0, 2]$ הוא:

א. 12

ב. 9

ג. 4

ד. לפונקציה אין נקודת מינימום גלובלית בתחום.

ה. לפונקציה אין נקודת מקסימום גלובלית בתחום.

שאלה מספר 20:

נתון כי הסדרה $\log_5 a_1, \log_5 a_2, \dots, \log_5 a_n$ היא סדרה חשבונית שהאיבר הראשון שלה הוא 3 וההפרש

הוא $-\frac{1}{2}$. חשבו את a_7 .

א. 3

ב. 1

ג. 0

ד. $\frac{1}{2}$

ה. $-\frac{1}{2}$