

מבחן סיווג במתמטיקה 5.6.20

משך המבחן: שלוש שעות.

ללא חומר עזר

במבחן 20 שאלות שמשקלן זהה.

יש לענות על כל השאלות, על גבי טופס התשובות.

תשובות שיסומנו על טופס המבחן לא ייבדקו.

בהצלחה!

שאלה מספר 1

מצאו את כל המספרים הממשיים a שעבורם $\log_6 a + \log_a 6 > 2$.

א. $(0,6) \cup (6,\infty)$

ב. $(0,1) \cup (1,6)$

ג. $(1,\infty)$

ד. $(1,6) \cup (6,\infty)$

ה. $(0,1) \cup (1,\infty)$

שאלה מספר 2

חשבו את $(i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2020})^{31}$, כאשר i הוא המספר המקיים $i^2 = -1$.

א. 1

ב. 0

ג. -1

ד. i

ה. $-i$

שאלה מספר 3

נתונה פונקציה $f(x)$ המקיימת $f(0) = 0$ ו- $f'(x) = \frac{1}{e^x + 1}$. חשבו את $f(\ln 2)$.

א. $\ln\left(\frac{4}{3}\right)$

ב. $\ln\left(\frac{2}{3}\right)$

ג. $\ln(2)$

ד. $\ln\left(\frac{3}{2}\right)$

ה. $\ln\left(\frac{3}{4}\right)$

שאלה מספר 4

חשבו את $\cos(2\arccos(\frac{2}{5}))$.

א. $\frac{17}{25}$

ב. $\frac{8}{25}$

ג. 1

ד. 0

ה. $-\frac{17}{25}$

שאלה מספר 5

נתונה פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת על ידי $f(x) = e^{2x} - 4e^x + 2x + 7$. בדיוק אחת מהטענות הבאות נכונה.

א. לפונקציה יש מינימום מקומי בנקודה $x = 0$

ב. לפונקציה יש מקסימום מקומי בנקודה $x = 0$

ג. הפונקציה מונוטונית עולה לכל $x \in \mathbb{R}$

ד. הפונקציה קמורה לכל $x \in \mathbb{R}$

ה. הפונקציה קעורה לכל $x \in \mathbb{R}$

שאלה מספר 6

יהא l ישר העובר בראשית ומאונך למישור $\pi: 2x + by + cz + d = 0$. תהא $P(-1, -1, 2)$ נקודת החיתוך של הישר l והמישור π . חשבו את d .

א. 12

ב. 6

ג. 2

ד. 4

ה. 16

שאלה מספר 7

נתון אי השוויון הבא $|2x + 4| + |x - 1| \leq 12$.

מצאו את המרחק בין המספר המינימלי והמקסימלי שמקיימים את אי השוויון.

א. 2

ב. 8

ג. 5

ד. לא קיים x המקיים את אי השוויון.

ה. אין מספר מקסימלי שמקיים את אי השוויון

שאלה מספר 8

הפולינום $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 3x + 2$ מתחלק ללא שארית ב- $g(x) = x^2 - 1$. חשבו את ab .

א. -8

ב. -10

ג. -11

ד. -9

ה. -12

שאלה מספר 9

מצאו את אורך הקטע המקסימלי המוכל בתחום $(0, \frac{\pi}{2})$ כך שמתקיים $\cos^2 x - 3\sin x + \frac{3}{4} > 0$ לכל x בקטע.

א. $\frac{\pi}{2}$

ב. $\frac{\pi}{4}$

ג. $\frac{\pi}{6}$

ד. $\frac{\pi}{3}$

ה. לא קיים x שמקיים את אי השוויון.

שאלה מספר 10

המשיק לגרף הפונקציה $y = 2x^4$ בנקודה $x = a$ מאונך למשיק לאותו הגרף בנקודה $x = 1$. מצאו את a .

א. $-\frac{1}{4}$

ב. $\frac{1}{4}$

ג. $\frac{1}{2}$

ד. $-\frac{1}{2}$

ה. -1

שאלה מספר 11

תהא $z_n = a_n + ib_n$ סדרה של מספרים מרוכבים הנמצאים על מעגל היחידה.

נתון ש- $a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 2$.

תהא w_n סדרה המוגדרת ע"י $w_n = z_n + \frac{1}{z_n}$.

חשבו את סכום עשרת האיברים הראשונים של w_n .

א. 8

ב. 4

ג. 16

ד. 10

ה. 12

שאלה מספר 12

תהא $f(x) = \sqrt[3]{x}$. נסמן ב- $g(x)$ פונקציה שמקיימת $(g \circ f)(x) = 2x + 3$. חשבו את $g'(2)$.

א. 20

ב. 2

ג. 8

ד. 24

ה. 18

שאלה מספר 13

יהיו $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ וקטורים נתונים במרחב כך שמתקיים $|\vec{u}| = |\vec{v}| = |\vec{w}| = 2$.

נתון שהוקטורים $\vec{u}, \vec{w}$ ניצבים. נתון שהזווית בין הוקטורים $\vec{v}, \vec{w}$ היא $\frac{\pi}{3}$ והזווית בין הוקטורים $\vec{v}, \vec{u}$ היא $\frac{\pi}{3}$.

יהא $\vec{v}_1 = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v} + \vec{w}$. נתון ש- $\vec{v}_1$ ניצב לוקטורים $\vec{v}, \vec{w}$. חשבו את $\alpha + \beta$.

א. 3

ב. 5

ג. -5

ד. 0

ה. 1

שאלה מספר 14

חשבו את $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \cot x \right)$.

א. 1

ב. -1

ג. 0

ד. $\frac{1}{2}$

ה. $-\frac{1}{2}$

שאלה מספר 15

נתון פולינום ממעלה רביעית עם מקדמים ממשיים מהצורה:

$$p(x) = x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad \text{כך ששורשיו הם: } 1 + i\sqrt{2}, 1 - i\sqrt{2}, 1 + i\sqrt{3}, 1 - i\sqrt{3}.$$

חשבו את $a_3 + a_0$.

א. 22

ב. 44

ג. 10

ד. 8

ה. 18

שאלה מספר 16

תהא a_n סדרה הנדסית שמקיימת $a_1 = 8$ ו- $q = 2$. נגדיר סדרה $b_n = \log_2 a_n$. מצאו את סכום 100 האיברים הראשונים של הסדרה b_n .

א. 2520

ב. 5250

ג. 3530

ד. 4240

ה. 1310

שאלה מספר 17

מצאו את סכום הפתרונות של המשוואה $1 + x + x^2 + \dots + x^{11} = x + 3 + \frac{x^{12}}{x-1}$.

א. -1

ב. 0

ג. 1

ד. -2

ה. 2

שאלה מספר 18

מצאו את האיבר החופשי מ- x בפיתוח הביטוי $(x^3 - \frac{3}{x^2})^{15}$.

א. -1

ב. 1

ג. $(-3)^6 \binom{15}{9}$

ד. $(-3)^{12} \binom{15}{3}$

ה. $(-3)^9 \binom{15}{6}$

שאלה מספר 19

נתונה פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת על ידי $f(x) = e^x - x^2$. חשבו את $(f^{-1})'(1)$.

א. 0

ב. 1

ג. -1

ד. 2

ה. -2

שאלה מספר 20

נתונה פונקציה $f(x)$ שמקיימת $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$ ונתון שלפונקציה יש מינימום מקומי בנקודה x_0 כך ש- $f(x_0) = 9$. מצאו את ערכה של $f(x)$ בנקודת המקסימום המקומי שלה.

א. 10

ב. 12

ג. 18

ד. 15

ה. 20