

מבחן סיווג במתמטיקה 14.8.20

משך המבחן: שלוש שעות.

ללא חומר עזר וללא מחשבון.

במבחן 20 שאלות שמשקלן זהה.

יש לענות על כל השאלות, על גבי טופס התשובות.

תשובות שיסומנו על טופס המבחן לא ייבדקו.

בהצלחה!

שאלה מספר 1:

יהא $z \in \mathbb{C}, z \neq 0$, ונגדיר $w = \frac{z^{2020} - \bar{z}^{2020}}{z^{2020} \cdot \bar{z}^{2020}}$. אזי לכל z מתקיים:

א. $w = z^{2020}$

ב. $w + \bar{w} = 0$

ג. $|w| = 1$

ד. w מספר ממשי

ה. $w = \bar{z}$

שאלה מספר 2:

יהא k מספר ממשי כך שהישר $l: \frac{2+x}{-3} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-1}{k}$

והמישור $\pi: 2x - y - 2z + 4 = 0$ לא נחתכים. אזי הישר l עובר בנקודה:

א. $(-8, 6, -6)$

ב. $(-5, 4, 1)$

ג. לא קיים k כנ"ל

ד. $(-2, 5, 1)$

ה. $(-5, 5, 4)$

שאלה מספר 3:

יהא $\vec{v} = (1 \ 2 \ 2)$ ויהא $\vec{u}$ וקטור יחידה כך שהערך $|\vec{v} + \vec{u}|$ מקסימלי.

אזי המכפלה הסקלרית $\vec{v} \cdot \vec{u}$ שווה:

א. -3

ב. 1

ג. 0

ד. 3

ה. -1

שאלה מספר 4:

הגבול $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3\sqrt{x}+2}{(x-1)\sqrt{x}}$ שווה:

א. $\frac{1}{2}$

ב. $-\frac{1}{2}$

ג. 0

ד. $\frac{1}{3}$

ה. 1

שאלה מספר 5:

אוסף כל המספרים המרוכבים z המקיימים $|z - 1 + 3i| = 4$ הוא

א. כל המספרים המרוכבים הנמצאים על מעגל במישור המרוכב שמרכזו הוא המספר $1 - 3i$ ורדיוסו 4.

ב. רק המספר המרוכב $z = 5 - 3i$

ג. כל המספרים המרוכבים שהחלק הממשי שלהם שווה ל-5

ד. כל המספרים המרוכבים הנמצאים על מעגל במישור המרוכב שמרכזו הוא המספר $-1 + 3i$ ורדיוסו 4.

ה. כל המספרים המרוכבים הנמצאים על מעגל במישור המרוכב שמרכזו בראשית ורדיוסו הוא 4.

שאלה מספר 6:

יהיו $x, y > 1$ ונתונה המשוואה $(\log_2 x)(\log_x 5x)(\log_{5x} y) = \log_y (y^3)$. אז הערך של y הוא:

א. $8x$

ב. $2x$

ג. 2

ד. 8

ה. לא קיים y שמתאים לכל ערך של x .

שאלה מספר 7:

לכל מספר טבעי m ($m > 0$) סכום הספרות במספר $(10^m + 1)^3$ הוא:

א. $8m$

ב. 4

ג. $8m^2$

ד. 8

ה. $3 \cdot 10^m$

שאלה מספר 8:

יהא $a > 1$. מצאו את קבוצת כל ה- x ים עבורם הפונקציה $f(x) = \log_a x + \log_{ax} x$ חיובית ממש.

א. $(\frac{1}{a^2}, \frac{1}{a}) \cup (1, \infty)$

ב. $(-2, -1) \cup (0, \infty)$

ג. $(\frac{1}{a}, 1) \cup (1, a)$

ד. $(\frac{1}{a}, \infty)$

ה. הפונקציה תמיד שלילית

שאלה מספר 9:

מספר המספרים השלמים $x \neq 4$ המקיימים את אי השוויון $\sqrt{\frac{4x-1}{4-x}} > 1$ הוא:

א. 1

ב. יש אינסוף מספרים שלמים המקיימים את אי השוויון.

ג. 2

ד. אין מספרים שלמים המקיימים את אי השוויון.

ה. 4

שאלה מספר 10:

האיבר החופשי בפיתוח הביטוי $(x+3) \cdot (2x+3)^2 (3x+3)^3 \cdot \dots \cdot (10x+3)^{10}$ הוא:

א. 3^{10}

ב. 3^{55}

ג. $3^{(10!)}$

ד. 1

ה. 2^{10}

שאלה מספר 11:

מצאו את המרחק בין המספר המקסימלי והמינימלי המקיימים:

$x > 2$ וגם $(x-9)(8x+1) \geq (x-9)(x^2+13)$.

א. 2

ב. 4

ג. 7

ד. 3

ה. אין מספרים ממשיים המקיימים את שני התנאים.

שאלה מספר 12:

יהיו $a, b > 0$ ממשיים. נתון שלכל אחת מהמשוואות $x^2 + 2ax + b = 0$ ו- $bx^2 + 2x + a = 0$

יש שני פתרונות ממשיים שונים. אזי למשוואה: $ax^2 + 2bx + 1 = 0$

א. אין שורשים ממשיים.

ב. יש שני שורשים ממשיים שונים חיוביים.

ג. יש שורש ממשי אחד.

ד. יש שני שורשים ממשיים שונים שליליים.

ה. יש שורש ממשי חיובי אחד ושורש ממשי שלילי אחד.

שאלה מספר 13:

מצאו את סכום ערכי x הנמצאים בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$ ופותרים את המשוואה: $\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$.

א. $\frac{5\pi}{12}$

ב. $\frac{13\pi}{12}$

ג. $\frac{25\pi}{24}$

ד. $\frac{11\pi}{24}$

ה. אין פתרון למשוואה זו.

שאלה מספר 14:

הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ נתונה ע"י $f'(x) = \frac{1}{e^x + x^2}$ המקסימום הגלובלי של הפונקציה בתחום $[-2, 2]$

מתקבל ב- x שווה ל:

א. -2

ב. 0

ג. 2

ד. 1

ה. אין נקודת מקסימום בתחום זה.

שאלה מספר 15:

נתון כי הפונקציה $f(x)$ מקיימת את התנאים הבאים: $f(x)$ גזירה פעמיים לכל x ממשי,

$f(0) = 1$, $f'(0) = 1 + \pi$, $f''(x) = 2 - \pi^2 \sin(\pi x)$ אזי $f(1)$ שווה:

א. 2

ב. 1

ג. 4

ד. 3

ה. 0

שאלה מספר 16:

חשבו: $\int_0^{1/2} \frac{2x-1}{x^2-x-2} dx$

א. $\ln(\frac{9}{4})$

ב. $\ln(\frac{9}{8})$

ג. 0

ד. $\ln(\frac{9}{2})$

ה. 1

שאלה מספר 17:

נתונה פונקציה $f: [0, \infty) \rightarrow [-1, 1)$ המוגדרת ע"י $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

תהא $g(x)$ פונקציה כך שמתקיים $(f \circ g)(x) = x$ אזי $g(x)$ שווה:

א. $\frac{x+1}{1-x}$

ב. $\frac{x+1}{x}$

ג. $\frac{x-1}{x+1}$

ד. $\frac{1}{x-1}$

ה. $\frac{1}{x}$

שאלה מספר 18:

חשבו: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos(x) + \sin^2(\pi x)}{x^2} \right)$

א. $\frac{1+2\pi^2}{2}$

ב. 0

ג. π^2

ד. $\frac{1}{2}$

ה. ∞

שאלה מספר 19:

לפונקציה $f(x) = x^2 - |x|$ יש :

- א. שתי נקודות מקסימום מקומיות ונקודת מינימום מקומית אחת.
- ב. שתי נקודות מינימום מקומיות ונקודת מקסימום מקומית אחת.
- ג. שתי נקודות קיצון מקומי שהן מינימום.
- ד. שתי נקודות קיצון מקומי שהן מקסימום.
- ה. לפונקציה אין נקודות קיצון מקומי.

שאלה מספר 20:

תהא a_n סדרה הנדסית אינסופית. נתון ש- $|q| < 1$ ממשי. נתון שסכום שלושת האיברים הראשונים הוא 26 וסכום יתר האיברים הוא 1. מנת הסדרה q היא:

- א. $-\frac{1}{3}$
- ב. $-\frac{1}{2}$
- ג. 3
- ד. $\frac{1}{3}$
- ה. $\frac{3}{13}$