

## בחינת סיווג במתמטיקה 24.6.21

משך המבחן: שלוש שעות. ללא חומר עזר וללא מחשבון. במבחן 20 שאלות שמשקלן זהה. יש לענות על כל השאלות, על גבי טופס התשובות. תשובות שיסומנו על טופס המבחן לא ייבדקו.

1. מצאו את אוסף כל הפתרונות של אי השוויון  $\log_2(2 \sin x) - \log_2(\cos x) < 1$  בתחום  $[0, 2\pi]$ .

(א)  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$

(ב)  $(0, \frac{\pi}{4})$

(ג)  $(\pi, \frac{5\pi}{4})$

(ד)  $(0, \frac{\pi}{4}) \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

(ה)  $(0, \frac{\pi}{4}) \cup (\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4})$

2. מצאו את הערך המקסימלי של הפונקציה  $f(x) = 2 \sin x - \sqrt{5} \cos x$ .

(א)  $2 + \sqrt{5}$

(ב)  $\sqrt{5}$

(ג)  $\sqrt{5} - 2$

(ד) 2

(ה) 3

3. מצאו את התמונה של הפונקציה  $f(x) = (x-1)|x-3|$  כאשר  $x \in [1, 4]$ .

(א)  $[-1, 4]$

(ב)  $[1, 3]$

(ג)  $[-3, 3]$

(ד)  $[0, 3]$

(ה)  $[-1, 3]$

4. מצאו את כל המספרים השלמים  $n$  שעבורם מתקיים השוויון  $(1+i)^n = (1-i)^n$ .

(א)  $k, n = 4k$  שלם

(ב)  $k, n = 4k + 2$  שלם

(ג)  $k, n = 2k$  שלם

(ד)  $k, n = 2k + 1$  שלם

(ה)  $k, n = 8k$  שלם

5. נתון מספר מרוכב  $z = \sqrt{3} - i$ .

מצאו מספר מרוכב  $w$  כך ש-  $|w| = 2|z|$  וגם  $\arg(w) - \arg(z) = \frac{\pi}{3}$ .

(א)  $w = -4i$

(ב)  $w = 4i$

(ג)  $w = 2\sqrt{3} + 2i$

(ד)  $w = 2\sqrt{3} - 2i$

(ה)  $w = -2\sqrt{3} + 2i$

6. מצאו את המקדם של  $x^4$  בפיתוח הביטוי  $x^2 \left(2x + \frac{1}{x}\right)^6$ .

(א) 240

(ב) 0

(ג) 192

(ד) 128

(ה) 1

7. מצאו ערך של  $a > 0$  כך שלמשוואה  $2 \ln(x+3) = \ln(ax)$  יש פתרון יחיד.

(א) 0

(ב) 1

(ג) 3

(ד) 12

(ה) 8

8. נתונה סדרה הנדסית  $a_1, a_2, \dots$  שמקיימת  $a_3 < a_2 < a_4$  אזי בהכרח:

(א)  $a_3 \cdot a_4 > 0$

(ב)  $a_2 \cdot a_4 < 0$

(ג)  $a_1 \cdot a_2 < 0$

(ד)  $a_3 > 0$

(ה)  $a_2 < 0$

9. נתונה סדרה שמקיימת את נוסחת הנסיגה:  $a_1 = -\frac{1}{3}$  ו-  $a_{n+1} = \frac{-3^{n-2}}{a_n}$  עבור  $n = 1, 2, \dots$ . חשבו את הסכום  $a_1 + \dots + a_{55}$ .

(א)  $-\frac{1}{3} - 3^{26}$

(ב) 1

(ג)  $3^{26}$

(ד) -1

(ה)  $-\frac{1}{3}$

10. נתון  $3^x = 32$ ,  $4^y = 7$ ,  $49^z = 81$ . חשבו את  $xyz$ .

(א) 5

(ב) 1

(ג) 6

(ד) 2

(ה) לא ניתן לקבוע.

11. נתונה פונקציה  $f(x)$  המקיימת  $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$  ו-  $f(1) = 20$ . חשבו את הסכום  $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \dots + \frac{f(2020)}{f(2021)}$ .

(א) 2020

(ב) 101

(ג) 202

(ד) 20

(ה) 1010

12. נתון ש-  $P(x)$  הוא פולינום ממעלה 2. נתון  $P(3) = 1$ ,  $P(2) = P(5) = 0$ . מצאו את  $P(1)$ .

(א) 1

(ב) 3

(ג)  $\frac{1}{2}$

(ד) -2

(ה) לא ניתן לקבוע

13. חשבו את:  $\int_0^\pi x \cos x dx$

(א)  $\pi$

(ב)  $-\pi$

(ג) -2

(ד) 0

(ה)  $\frac{\pi}{2}$

14. נתונה פונקציה  $f(x)$  שמקיימת  $f'(x) = \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin 2x}$  ו-  $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt[4]{3}$ .  
חשבו את  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ .

(א) 1

(ב)  $\sqrt[4]{3}$

(ג)  $\sqrt{3}$

(ד)  $\sqrt[3]{3}$

(ה) 3

15. חשבו את  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$ .

(א) 0

(ב) 1

(ג) 2

(ד)  $\frac{1}{2}$

(ה)  $\infty$

16. נתון משולש  $ABC$  במישור. נסמן  $\vec{AB} = \vec{u}$ ,  $\vec{BC} = \vec{v}$ .  
בנוסף, נתונים התיכונים  $\vec{AF}$ ,  $\vec{BE}$ ,  $\vec{CD}$ . חשבו את  $\vec{CD} + \vec{BE} + \vec{AF}$ .

(א)  $\vec{v} + \vec{u}$

(ב)  $\vec{v} - \vec{u}$

(ג)  $\frac{2}{3}\vec{v} + \frac{1}{3}\vec{u}$

(ד)  $\frac{1}{3}\vec{v} + \frac{2}{3}\vec{u}$

(ה) 0

17. נתונים המישור  $2x - 3y + 4z + 5 = 0$  והנקודות  $A(k^2, 1, k)$  ו-  $B(3, -k, -2)$ .  
מצאו כל ערכי  $k$  עבורם הישר העובר דרך הנקודות  $A, B$  מקביל למישור הנתון ולא מוכל בו.

(א) -1

(ב)  $\frac{1}{2}, -1$

(ג) -2, 1

(ד)  $\frac{1}{2}$

(ה) לא קיים  $k$  כנ"ל

18. נתונה פונקציה  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 45x$ . מבין התחומים הבאים סמנו את התחום בו הפונקציה  $f(x)$  היא חד חד ערכית.

(א)  $x > 0$

(ב)  $x < -3$

(ג)  $-2 < x < 7$

(ד)  $-7 < x < 2$

(ה)  $-5 < x < 5$

19. נתונים מספרים ממשיים  $b, c$  כך ש-  $c < 0$ , ונתון שקבוצת הפתרונות הממשיים של אי השוויון  $x^2 + bx + c < 0$  היא  $\{x \mid p < x < q\}$  כאשר  $p, q$  מספרים ממשיים. מצאו את קבוצת הפתרונות של אי השוויון  $x^2 + bcx + c^3 < 0$ .

(א)  $\{x \mid pc < x < qc\}$

(ב)  $\{x \mid qc < x < pc\}$

(ג)  $\{x \mid pc^2 < x < qc^2\}$

(ד)  $\{x \mid \frac{p}{c} < x < \frac{q}{c}\}$

(ה)  $\{x \mid \frac{q}{c} < x < \frac{p}{c}\}$

20. חשבו את הגבול  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\ln x) \sin(\frac{\pi}{2}x)}{x(x-1)}$

(א) 1

(ב) 0

(ג)  $\frac{\pi}{2}$

(ד)  $\frac{2}{\pi}$

(ה)  $\infty$