

מבחן סיווג במתמטיקה 24.6.22

1. נתונה סדרה הנדסית a_n שאיברה הראשון a_1 והמנה שלה היא $q \neq 1$ כאשר a_1, q מספרים טבעיים ומקיימת $a_{21} = 4^{11}$.
חשבו את S_{20} - סכום 20 האיברים הראשונים.

(א) $2^{20} - 2$

(ב) $4^{11} - 4$

(ג) $4^{20} - 4$

(ד) $2^{11} - 2$

(ה) $2^{20} - 4$

2. נתון משולש ABC שבו כל הזוויות קטנות מ- 120° כך שמתקיים $\angle B = 30^\circ$ ו- $\frac{AB}{AC} = \sqrt{2}$. אז:

(א) $\angle C = 105^\circ$

(ב) $\angle A = 60^\circ$

(ג) $\angle C = 60^\circ$

(ד) $\angle A = 105^\circ$

(ה) $\angle A = 30^\circ$

3. חשבו $\sum_{k=0}^{42} \binom{42}{k} i^k$ כאשר $i^2 = -1$.

(א) $2^{21}i$

(ב) $2^{42}i$

(ג) 2^{42}

(ד) 2^{21}

(ה) -2^{42}

4. תהי $f(x)$ פונקציה המקיימת: לכל $y > 0$ קיים $x > 0$ כך ש- $f(x) < y$. אז בהכרח:

(א) לא קיים $y < 0$ עבורו לכל $x \leq 0$ מתקיים $f(x) \geq y$.

(ב) $f(x) \leq 0$ לכל x .

(ג) לא קיים $y > 0$ עבורו לכל $x > 0$ מתקיים $f(x) \geq y$.

(ד) קיים $y \leq 0$ עבורו לכל $x > 0$ מתקיים $f(x) \geq y$.

(ה) הפונקציה לא מוגדרת עבור $x \leq 0$.

5. נתונה המשוואה $\bar{z} = iz^2$. מצאו את מספר הפתרונות המרוכבים של המשוואה.

(א) 4

(ב) 3

(ג) 2

(ד) 1

(ה) 0

6. חשבו את $z = \frac{1}{i + \frac{1}{1+i}}$.

(א) $z = i$

(ב) $z = 1 - i$

(ג) $z = 1 + i$

(ד) $z = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$

(ה) $z = \sqrt{2}(1 - i)$

7. לכל n טבעי טענה $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (2n-1)^2 - (2n)^2 = -n(2n+1)$. בחרו את ההיגד הנכון.

(א) קיים n טבעי אחד בלבד עבורו הטענה נכונה.

(ב) לא קיים n טבעי שמקיים את הטענה אבל מתקיים צעד האינדוקציה, כלומר מתקיים: אם הטענה נכונה עבור n טבעי כלשהו אז היא גם נכונה עבור $n+1$.

(ג) לא קיים n טבעי שמקיים את הטענה וגם לא מתקיים צעד האינדוקציה, כלומר לא מתקיים: אם הטענה נכונה עבור n טבעי כלשהו אז היא גם נכונה עבור $n+1$.

(ד) קיים k טבעי כך שהטענה לא נכונה לכל $n \geq k$ טבעי.

(ה) קיים k טבעי כך שהטענה נכונה לכל $n \geq k$ טבעי.

8. חשבו את סכום המקדמים של הפולינום

$$p(x) = (2x - 4)^{31} + (3 - x)^{30}$$

(א) 2^{30}

(ב) -2^{31}

(ג) -2^{30}

(ד) 2

(ה) 2^{31}

9. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-x}}$. בחרו את הטענה הנכונה

(א) לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון מקומי ושתיהן נקודות מינימום מקומי.

(ב) לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון מקומי ושתיהן נקודות מקסימום מקומי.

(ג) לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון מקומי אחת שהיא נקודת מקסימום מקומי.

(ד) לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון מקומי אחת שהיא נקודת מינימום מקומי.

(ה) לפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון מקומי.

10. חשבו את הביטוי הבא:

$$\int \ln((\cos x + \sin x)^2 - \sin 2x) dx - \int \tan x dx$$

(א) $\ln(|\cos x|) + C$

(ב) $x + \ln(|\cos x|) + C$

(ג) $\frac{1}{\cos^2 x} + x + C$

(ד) $\ln\left|\frac{1}{\cos^2 x}\right| + C$

(ה) $2 \ln|\cos x + \sin x| - \frac{\cos(2x)}{2} + \frac{1}{\cos^2 x} + C$

11. מצאו את מספר ערכי a האפשריים בקטע $[-\pi, 2\pi]$ עבורם הישר $\ell : 2(x - a) =$

$$\frac{y - e^a}{\sin(a)} = \frac{z - a}{\cos(a)}$$

והמישור $\pi : x + \cos(a)y + \sin(a)z = e^{3a}$ מקבילים.

(א) 4

(ב) 1

(ג) 2

(ד) 6

(ה) 0

12. נתונים וקטורים $\vec{u}, \vec{v}$ כך ש- $\vec{v} \neq \pm \vec{u}$. נסמן $\vec{a} = |\vec{u}| \vec{v} + |\vec{v}| \vec{u}$, $\vec{b} = |\vec{u}| \vec{v} - |\vec{v}| \vec{u}$. בחרו את הטענה הנכונה.

- (א) הוקטורים $\vec{a}, \vec{b}$ ניצבים רק אם $\vec{u}, \vec{v}$ מקבילים.
- (ב) הוקטורים $\vec{a}, \vec{b}$ ניצבים רק אם $\vec{u}, \vec{v}$ ניצבים.
- (ג) אם $\vec{u} \neq \vec{0}, \vec{v}$ אז הוקטורים $\vec{a}, \vec{b}$ ניצבים.
- (ד) לכל $\vec{u}, \vec{v}$ הוקטורים $\vec{a}, \vec{b}$ לא ניצבים.
- (ה) הוקטורים $\vec{a}, \vec{b}$ ניצבים רק אם $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

13. נתונה פונקציה $f: (1, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת על ידי $f(x) = \tan x + \ln(\ln x)$. בחרו את הטענה הנכונה.

- (א) $f(x)$ חח"ע אך לא על.
- (ב) $f(x)$ על אך לא חח"ע.
- (ג) $f(x)$ חח"ע ועל.
- (ד) $f(x)$ אינה חח"ע וגם אינה על.
- (ה) ל- $f(x)$ יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x .

14. חשבו את השטח הנוצר בין הגרפים של הפונקציות $f(x) = -\sin(\pi x)$, $g(x) = 4^x - 1$ והישרים $x = -\frac{1}{2}$ ו- $x = \frac{1}{2}$.

- (א) $1 - \frac{3}{2 \ln 4}$
- (ב) $\frac{3}{2 \ln 4} - 1$
- (ג) $1 - \frac{3 \ln 4}{2}$
- (ד) $\frac{2}{\pi} + \frac{1}{2 \ln 4}$
- (ה) $\frac{2}{\pi} + \frac{\ln 4}{2}$

15. לכל n טבעי נסמן $F_n(x) = (e^{3x})^{(n)}$ ו- $G_n(x) = (2e^{3x})^{(n)}$ כאשר $(e^{3x})^{(n)}$ מסמן את הנגזרת ה- n של e^{3x} וכך גם עם $(2e^{3x})^{(n)}$.
חשבו: $\frac{G_{21}(1)}{F_{18}(1)}$

- (א) 54
- (ב) 27
- (ג) 9
- (ד) $\frac{2}{e^3}$
- (ה) $2e^3$

16. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(3+2x-x^2)}{\sqrt{\sin(\pi x)}}$.

(א) $(-1, 3)$

(ב) $(0, 1) \cup (2, 3)$

(ג) $(-1, 0) \cup (1, 2)$

(ד) $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$

(ה) $(-2, -1) \cup (0, 1)$

17. נתון פולינום $p(x) = ax^2 + bx + c$ כאשר $a \neq 0$ כך שמתקיים $a + c = b$. איזה מהמספרים הבאים הוא בהכרח שורש של הפולינום?

(א) $\frac{c}{a}$

(ב) $-\frac{c}{a}$

(ג) $\frac{b}{a}$

(ד) $-\frac{b}{a}$

(ה) $\frac{bc}{a}$

18. מצאו את סכום כל המספרים השלמים שמקיימים את אי השוויון $\log_{0.5}(\sqrt{29-x}) > \log_{0.5}(x+1)$.

(א) -15

(ב) 6

(ג) 406

(ד) 396

(ה) -3

19. נתונה פונקציה גזירה $f(x)$ המקיימת $f(e) = 2$ ו- $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) \ln x - 2}{x - e} = \frac{3}{e}$. חשבו את $f'(e)$.

(א) e

(ב) 1

(ג) e^2

(ד) $\frac{2}{e}$

(ה) $\frac{1}{e}$

20. נתון $a \in \mathbb{R}$ המקיים $2^{a-2} \cdot 5^a - 2^a \cdot 5^{a-1} = 50$. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\pi x \sin(\frac{\pi}{2} ax)}{\arctan(4-ax)}$.

(א) 1

(ב) -4

(ג) 4

(ד) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

(ה) $-\sqrt{2}$