

## מבחן סיווג במתמטיקה 27.1.22

1. נתונה סדרה הנדסית שמקיימת  $a_1 = 8, a_4 = 64$ . בנוסף נתון  $m$  עבורו מתקיים  $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \dots + \log_2 a_m = 42$ . מצאו את  $m$ .

(א) 6

(ב) 7

(ג) 9

(ד) 8

(ה) 5

2. נתון מלבן במישור כך שאורכי הצלעות הסמוכות ואורך האלכסון של המלבן מהווים סדרה הנדסית עולה עם מנה  $q$ . מה ניתן להגיד על  $q$ ?

(א)  $0 < q < 1$  או  $q > 2$

(ב)  $0 < q < \sqrt{1.5}$  או  $q > \sqrt{2}$

(ג)  $1.5 < q < 2$

(ד)  $\sqrt{1.5} < q < \sqrt{2}$

(ה)  $0 < q < \sqrt{1.5}$  או  $q > 2$

3. מצאו את המקדם החופשי בפיתוח הבינום של  $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{15}$ .

(א)  $2^{15}$

(ב) 0

(ג)  $\binom{15}{0}$

(ד)  $\binom{15}{3}$

(ה)  $\binom{15}{6}$

4. נתונה הטענה הבאה: "כל פונקציה טריגונומטרית היא פונקציה זוגית או פונקציה אי-זוגית". איזו מהטענות הבאות היא שלילה של הטענה הנתונה?

- (א) קיימת פונקציה טריגונומטרית שאינה פונקציה זוגית ואינה פונקציה אי-זוגית.  
 (ב) קיימת פונקציה טריגונומטרית שאינה פונקציה זוגית או אינה פונקציה אי-זוגית.  
 (ג) קיימת פונקציה שאינה טריגונומטרית ואינה פונקציה זוגית ואינה פונקציה אי-זוגית.  
 (ד) כל פונקציה שאינה טריגונומטרית אינה פונקציה זוגית וגם אינה פונקציה אי-זוגית.  
 (ה) כל פונקציה טריגונומטרית אינה פונקציה זוגית וגם אינה פונקציה אי-זוגית.

5. יהי  $z = \sqrt{3} + i$ . נתון ש-  $|w| = 2|z|$  ו-  $\arg\left(\frac{zw}{1-i}\right) = \frac{3\pi}{4}$ . מצאו את  $w$ .

- (א)  $4i$   
 (ב)  $2\sqrt{3} + i$   
 (ג)  $2 + 2\sqrt{3}i$   
 (ד)  $-4i$   
 (ה)  $2 - 2\sqrt{3}i$

6. נתון מספר מרוכב  $z$  המקיים  $|z| = 1$  וגם  $z^4 \neq -1$ . נסמן  $w = \frac{z^2}{1+z^4}$ . בחרו את הטענה הנכונה.

- (א)  $w$  מספר מדומה טהור.  
 (ב)  $|w| = \frac{1}{2}$   
 (ג)  $\arg(w) = \arg(z)$  או  $\arg(w) = -\arg(z)$   
 (ד)  $w = \bar{z}$   
 (ה)  $w$  מספר ממשי.

7. מצאו  $n_0$  טבעי מינימלי כך שאי-השוויון  $n^2 \leq 2^n$  מתקיים לכל  $n \geq n_0$ .

- (א)  $n_0 = 1$   
 (ב)  $n_0 = 16$   
 (ג)  $n_0 = 3$   
 (ד)  $n_0 = 4$   
 (ה) לא קיים  $n_0$  טבעי המקיים את הדרוש.

8. נתון ש- $x_1, x_2, x_3$  הם פתרונות של המשוואה  $x^3 - 5x^2 + 1 = 0$ .  
חשבו את  $\frac{1}{x_2 x_3} + \frac{1}{x_1 x_3} + \frac{1}{x_1 x_2}$ .

(א) 5

(ב) 1

(ג) -5

(ד) -1

(ה) 0

9. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^{ax}}{1+x^2}$ . מצאו את כל ערכי  $a$  עבורם ל- $f(x)$  יש גם מינימום וגם מקסימום מקומיים.

(א)  $(-1, 1)$

(ב)  $(-1, 0) \cup (0, 1)$

(ג)  $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

(ד) לכל  $a$

(ה) לאף  $a$

10. חשבו את הביטוי הבא:

$$\int \left( \frac{2x}{x+2} + \ln(x^2 + x + 3) \right) dx - \int \ln(2x^2 + 2x + 6) dx$$

(א)  $x - 2 \ln|x+2| - x \ln 2 + C$

(ב)  $2x - \ln(2^{-x}(x+2)^{-4}) + C$

(ג)  $2x - \ln(2^x(x+2)^4) + C$

(ד)  $2x - \ln(2^{-x}(x+2)^4) + C$

(ה)  $2x - 4 \ln|x+2| + x \ln 2 + C$

11. נתונים הישרים:

$$\ell_1 : x - 1 = y - 2 = z - 3 \quad \ell_2 : x - 4 = y - 8 = z - 9$$

נתון ש- $Ax + y + Cz + D = 0$  היא משוואת המישור שמכילה את שני הישרים.  
חשבו את  $D$ .

(א) 0

(ב) -3

(ג) -1

(ד) 1

(ה) 3

12. נתונים וקטורים  $\vec{v}, \vec{w}$  במרחב. בחרו את הטענה הנכונה.

- (א) אם קיים וקטור  $\vec{u}$  המקיים  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$  אז  $\vec{v} = \vec{w}$ .  
 (ב) אם קיים וקטור  $\vec{u}$  המקיים  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$  אז  $\vec{u} = \vec{0}$ .  
 (ג) לכל וקטור  $\vec{u}$  המקיים  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$  מתקיים  $\vec{u}$  ניצב ל- $\vec{v}$  ו- $\vec{w}$ .  
 (ד) לכל וקטור  $\vec{u}$  המקיים  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$  מתקיים  $|\vec{u}| = 1$ .  
 (ה) אם לכל וקטור  $\vec{u}$  מתקיים  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$  אז  $\vec{v} = \vec{w}$ .

13. תהי  $f(x) = \frac{3-3\tan^2(2x)}{1+\tan^2(2x)}$ . בחרו את ההיגד הנכון.

- (א)  $f(x)$  חח"ע בקטע  $[0, \frac{\pi}{4}]$  ותמונתה  $[-3, 3]$ .  
 (ב)  $f(x)$  חח"ע בקטע  $[-3, 3]$  ותמונתה  $[-1, 1]$ .  
 (ג)  $f(x)$  חח"ע בקטע  $[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}]$  ותמונתה  $[-3, 3]$ .  
 (ד)  $f(x)$  חח"ע בקטע  $[0, \pi]$  ותמונתה  $[-3, 3]$ .  
 (ה)  $f(x)$  חח"ע בקטע  $[0, \frac{\pi}{4}]$  ותמונתה  $[-3, 3]$ .

14. חשבו את השטח הנוצר בין הגרפים של הפונקציות  $f(x) = 2^x, g(x) = x^2$  והישרים  $x = 0$  ו- $x = 3$ .

- (א)  $\frac{7}{\ln 2} - 9$   
 (ב)  $9 - \frac{7}{\ln 2}$   
 (ג)  $\frac{11}{3} - \frac{1}{\ln 2}$   
 (ד) 6  
 (ה)  $\frac{11}{3} - \ln 2$

15. תהי  $F(x)$  פונקציה שמקיימת  $F(0) = 0$  ו- $F'(x) = \cos(\frac{\pi x}{2})$ . נגדיר סדרה  $a_1 + a_2 + \dots + a_{2022}$  חשבו את הסכום  $a_n = \pi F(n)$  לכל  $n$  טבעי.

- (א) -2  
 (ב) 2  
 (ג) 0  
 (ד) 1  
 (ה) -1

16. מצאו את תחום ההגדרה של  $f(x) = \frac{\arcsin(x^2-1)}{\sqrt{|x+2|-|x|}}$

- (א)  $(-1, \sqrt{2}]$   
 (ב)  $(-1, \infty)$   
 (ג)  $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$   
 (ד)  $(-1, 1]$   
 (ה)  $\emptyset$  (הקבוצה הריקה)

17. מצאו את מכפלת הפתרונות של המשוואה  $\log_5 x - \log_x 125 + 2 = 0$ .

- (א)  $\frac{1}{5}$
- (ב)  $-\frac{1}{3}$
- (ג) 5
- (ד)  $\frac{1}{25}$
- (ה) 25

18. נתונה פונקציה  $f(x) = \cos(2x)$ . חשבו  $f^{(2022)}(0)$  (הנגזרת ה-2022 של  $f(x)$  ב- $a=0$ ).

- (א)  $-4^{1011}$
- (ב)  $4^{1011}$
- (ג) 0
- (ד) 1
- (ה)  $\frac{1}{2^{2022}}$

19. נתונה פונקציה גזירה אי-זוגית  $f(x)$  המקיימת  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$ . בחרו את הטענה הנכונה בהכרח.

- (א) הפונקציה  $\frac{f(x)}{x}$  אי-זוגית.
- (ב)  $f'(0) = 3$
- (ג)  $f(0) = 3$
- (ד)  $f'(0) = f(0)$
- (ה)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(0)}{x} = f'(0)$

20. נתונה זווית  $\alpha$  ברביע השני שמקיימת  $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = -\frac{1}{9}$ . חשבו את  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+\pi) \cos \alpha}{\arccos x}$ .

- (א)  $-\frac{4}{3}$
- (ב)  $-\frac{2}{3}$
- (ג)  $\frac{2}{9}$
- (ד)  $-\frac{2}{9}$
- (ה)  $\frac{2}{3}$