

מבחן סיווג במתמטיקה 30.6.20

משך המבחן: שלוש שעות.

ללא חומר עזר וללא מחשבון.

במבחן 20 שאלות שמשקלן זהה.

יש לענות על כל השאלות, על גבי טופס התשובות.

תשובות שיסומנו על טופס המבחן לא ייבדקו.

בהצלחה!

שאלה מספר 1:

יהא $z \in \mathbb{C}$ כך שמתקיים $iz \neq \bar{z}$. נסמן $w = (z + i\bar{z})^{12}$, אזי בהכרח מתקיים:

א. $\arg(w) = \frac{\pi}{2}$

ב. $\arg(w) = \pi$

ג. $\arg(w) = 0$

ד. $\arg(w) = \frac{3\pi}{2}$

ה. $\arg(w) = \frac{\pi}{4}$

שאלה מספר 2:

נתונים המישור $2x - 3y + 4z + 5 = 0$ והנקודות $A(k^2, 1, k)$ ו- $B(3, -k, -2)$.

לאילו ערכי k הישר העובר דרך הנקודות A, B מוכל במישור הנתון?

א. $-1, \frac{1}{2}$

ב. 1

ג. -1

ד. -2, 1

ה. לא קיים k כנ"ל.

שאלה מספר 3:

נתונים וקטורים $\vec{m}, \vec{n}$ המקיימים $|\vec{m}| = \sqrt{3}$, $|\vec{n}| = 1$. נתון כי הזווית בין הוקטורים $\vec{m}$ ו- $\vec{n}$ היא 30° .

נגדיר $\vec{a} = \vec{m} - \vec{n}$, $\vec{b} = \vec{m} + \vec{n}$. חשבו את שטח המשולש הנוצר על ידי הוקטורים $\vec{a}, \vec{b}$.

א. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ב. 3

ג. $\sqrt{3}$

ד. 2

ה. 1

שאלה מספר 4:

חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(9x)}{1 - \cos(8x)}$.

א. $\frac{8}{9}$

ב. $\frac{9}{8}$

ג. $\frac{64}{81}$

ד. $\frac{81}{64}$

ה. 1

שאלה מספר 5:

נתון ששורשי המשוואה הריבועית $x^2 - 5x + 3 = 0$ הם α, β .

המשוואה ששורשיה הם $\alpha + 2\beta, \beta + 2\alpha$ היא:

א. $x^2 - 15x + 35 = 0$

ב. $x^2 - 5x + 53 = 0$

ג. $x^2 - 5x + 35 = 0$

ד. $x^2 + 23x - 36 = 0$

ה. $x^2 - 15x + 53 = 0$

שאלה מספר 6:

מצאו את סכום פתרונות המשוואה $\log_4(3(4^{x-1}) - \frac{1}{2}) = 2x - 1$.

א. $-\frac{1}{2}$

ב. 0

ג. $\frac{1}{2}$

ד. 1

ה. -1

שאלה מספר 7:

נתון אי השוויון הבא $x^2 - 6|x + 1| - 1 \leq 0$.
מצאו את המרחק בין המספר המינימלי והמקסימלי שמקיימים את אי השוויון.

א. 12

ב. 6

א. 2

ב. לא קיים מספר מקסימלי שמקיים את אי השוויון.

ג. לא קיים מספר ממשי שמקיים את אי השוויון.

שאלה מספר 8:

מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \log_{x^2-9}(2-x)$.

א. $x < -3$

ב. $-3 < x < 3$

ג. $2 < x < 3$

ד. $(3, \sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}, \infty)$

ה. $(-\infty, -\sqrt{10}) \cup (-\sqrt{10}, -3)$

שאלה מספר 9:

המספרים $a, 4, b$ מהווים סדרה הנדסית יורדת (כלומר, $a \geq 4 \geq b$) והמספרים $a, 5, b$ מהווים סדרה חשבונית. אזי $\frac{a}{b}$ שווה:

א. 4

ב. 2

ג. 1

ד. $\frac{1}{4}$

ה. $\frac{1}{2}$

שאלה מספר 10:

מצאו את המקדם של x^{10} בפיתוח הביטוי $(x^2 + 1)^{10}(x + 1)$.

א. 288

ב. 210

ג. 252

ד. 432

ה. 524

שאלה מספר 11:

נתון שהפולינום $p(x) = 3x^3 - 9x^2 + kx - 12$ מתחלק ב- $x - 3$ ללא שארית. איזה מהפולינום הבאים מחלק את $p(x)$ ללא שארית?

א. $3x^2 + 4$

ב. $3x - 4$

ג. $3x^2 - x + 4$

ד. $3x^2 - 4$

ה. $3x + 4$

שאלה מספר 12:

נתון $p(x)$ פולינום כך שקבוצת הפתרונות של המשוואה $p(x) = 0$ היא $\{-2, 4\}$.
מצאו את קבוצת הפתרונות של $p(x^2 + 3x) = 0$.

א. $\{1, 2, -1, -4\}$

ב. $\{-2, 4\}$

ג. $\{-1, 2, -3, 4\}$

ד. $\{-1, -2, 1, -4\}$

ה. $\{-1, 2, 3, 6\}$

שאלה מספר 13:

מצאו את אוסף כל הפרמטרים k עבורם למשוואה $4\sin x + 3\cos x = k$ יש פתרון.

א. $-6 \leq k \leq 6$

ב. $-4 \leq k \leq 4$

ג. $-3 \leq k \leq 3$

ד. $-7 \leq k \leq 7$

ה. $-5 \leq k \leq 5$

שאלה מספר 14:

הנגזרת ה-2020 של $f(x) = e^{2x}$ בנקודה $x = 0$ שווה ל-

א. e^{2020}

ב. e^2

ג. $2^{2020}e^{2020}$

ד. 1

ה. 2^{2020}

שאלה מספר 15:

מצאו את שטח המשולש ברביע הראשון הנוצר על ידי המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{6}{x}$ בנקודה $x = 3$

והצירים x ו- y .

א. 15

ב. 12

ג. 18

ד. 24

ה. 30

שאלה מספר 16:

חשבו $\int_0^{\pi/4} \sin(2x) \sin(4x) dx$

א. $\frac{1}{2}$

ב. $\frac{1}{6}$

ג. 0

ד. $\frac{1}{3}$

ה. 1

שאלה מספר 17:

תהא $f: [2, \infty) \rightarrow [8, \infty)$; $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$

נסמן $a = \frac{(1+e)^3}{e}$ אזי $(f^{-1})'(a)$ שווה:

א. $\frac{e^2}{(1+e)^2(2e-1)}$

ב. $\frac{e^2}{(1+e)(2e-1)}$

ג. $\frac{(1+e)^2(e-1)}{e^2}$

ד. $\frac{(1+e)^2(2e-1)}{e^2}$

ה. $\frac{1}{e}$

שאלה מספר 18:

חשבו $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3}{x^2} - \sqrt{\frac{9}{x^4} - \frac{5}{x^2}} \right)$

א. $-\frac{1}{2}$

ב. 0

ג. 1

ד. $\frac{5}{6}$

ה. -1

שאלה מספר 19:

תהא הפונקציה $f(x)$ גזירה פעמיים לכל x ממשי המקיימת:

$f'(1) = 0, f'(0) = 0, f''(1) = 5, f''(0) = -2$ נגדיר $g(x) = 3f(x) + x^2 + 5$. אזי:

א. $x = 1$ היא נקודת מקסימום מקומי של $g(x)$.

ב. $x = 0$ היא נקודת מינימום מקומי של $g(x)$.

ג. $x = 0$ היא נקודת מקסימום מקומי של $g(x)$.

ד. $x = 1$ היא נקודת מינימום מקומי של $g(x)$.

ה. לפונקציה $g(x)$ אין נקודות קיצון.

שאלה מספר 20:

תהא a_n סדרה הנדסית. נתון ש- $a_1 \neq 1$, $a_n > 0$ וגם $a_3 a_7 = 1$.

מצאו k שעבורו $a_1 \cdot a_2 \cdots a_k = 1$.

א. 11

ב. 4

ג. 2

ד. 9

ה. 10