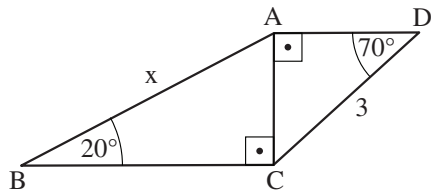


השאלות

בפרק זה 25 שאלות.
הזמן המוקצב הוא שלוש שעות.



1. על-פי נתוני הסרטוט, ערכו של x הוא:

(א) $3 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ$

(ב) $\frac{\cos 20^\circ}{3 \cdot \sin 20^\circ}$

(ג) $\frac{\sin 20^\circ}{3 \cdot \cos 20^\circ}$

(ד) $\frac{3 \cdot \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$

2. יהא L הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 2x$ ומקביל לישר $y = 4x - 3$.

מצאו את נקודת החיתוך של הישר L עם הישר $y = \frac{1}{2}x - 2$.

(א) $(2, -1)$

(ב) $(0, -2)$

(ג) $(4, 0)$

(ד) $(6, 1)$

3. נתון ששורשי המשוואה הריבועית $x^2 - 5x + 3 = 0$ הם α, β .
המשוואה ששורשיה הם $\alpha + 2\beta, \beta + 2\alpha$ היא:

$$x^2 - 15x + 35 = 0 \quad (\text{א})$$

$$x^2 - 5x + 53 = 0 \quad (\text{ב})$$

$$x^2 - 5x + 35 = 0 \quad (\text{ג})$$

$$x^2 - 15x + 53 = 0 \quad (\text{ד})$$

4. נתון: כל איבר השייך לקבוצה A שייך גם לקבוצה B.
כל איבר השייך לקבוצה C שייך גם לקבוצה D.
כל איבר השייך לקבוצה C **אינו** שייך לקבוצה B.

איזה מהמצבים הבאים **אינו** אפשרי?

- (א) קיים איבר השייך לקבוצה A ולקבוצה C
(ב) קיים איבר השייך לקבוצה B אך לא שייך לקבוצה A
(ג) קיים איבר השייך לקבוצה A ולקבוצה D
(ד) קיים איבר השייך לקבוצה D אך לא שייך לאף אחת מהקבוצות A, B או C
-

5. מצאו את סכום כל המספרים השלמים שמקיימים את אי השוויון $\sqrt{10-x} < x-4$.

(א) 40

(ב) 34

(ג) 14

(ד) 21

6. יהיו z, w שני מספרים מרוכבים שאינם ממשיים. נסמן $a = i^{2023} (z - \bar{z})(w - \bar{w})$.

בחרו את הטענה הנכונה:

(א) a מספר מדומה טהור

(ב) a מספר ממשי

(ג) $\operatorname{Re}(a) > 0$ וגם $\operatorname{Im}(a) > 0$

(ד) $\operatorname{Re}(a) < 0$ וגם $\operatorname{Im}(a) < 0$

7. נתונים המישור $2x - 3y + 4z + 5 = 0$ והנקודות $A(k^2, 1, k)$ ו- $B(3, -k, -2)$.

מצאו את כל ערכי k עבורם הישר העובר דרך הנקודות A, B מקביל למישור הנתון ולא מוכל בו.

(א) -1

(ב) $-\frac{1}{2}, -1$

(ג) $\frac{1}{2}$

(ד) לא קיים k כנ"ל

8. נתון פולינום $p(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + bx + a$
נתון שהשארית בחלוקה ב- $(x - 1)$ היא 15. מצאו את $a + b$.

(א) 15

(ב) 14

(ג) 13

(ד) 16

9. נתון משולש ABC במישור. נסמן $\vec{AB} = \vec{u}$, $\vec{BC} = \vec{v}$. נתונים התיכונים $\vec{AF}$, $\vec{BE}$, $\vec{CD}$. חשבו את $\vec{CD} + \vec{BE} + \vec{AF}$. בנוסף, נתונים התיכונים $\vec{AF}$, $\vec{BE}$, $\vec{CD}$. חשבו את $\vec{CD} + \vec{BE} + \vec{AF}$.

(א) $\vec{v} + \vec{u}$

(ב) $\vec{v} - \vec{u}$

(ג) $\frac{2}{3}\vec{v} + \frac{1}{3}\vec{u}$

(ד) 0

10. נתון: $\log_3(\log_9 x) = \log_9(\log_3 x)$, $x > 1$

$$\sqrt{x} = ?$$

(א) 27

(ב) 18

(ג) 3

(ד) 9

11. מצאו את הערך המקסימלי של הפונקציה $f(x) = 2\sin x - \sqrt{5} \cos x$.

(א) $2 + \sqrt{5}$

(ב) $\sqrt{5} - 2$

(ג) 2

(ד) 3

12. ההפרש בין המינימום והמקסימום הגלובליים של הפונקציה $f(x) = 3x^2 - |x - 1|$ בתחום $[0, 2]$ הוא:

(א) 12

(ב) 4

(ג) לפונקציה אין נקודת מינימום גלובלי בתחום

(ד) לפונקציה אין נקודת מקסימום גלובלי בתחום

13. תהא סדרה המוגדרת באופן הבא:

$$a_{n+1} = \int_0^1 (8xa_n)dx + \int_{-a_n}^{a_n} (\sin^3 x) dx \text{ ו- } a_1 = 1$$

מצאו את a_{500} .

(א) 2^{500}

(ב) 2^{998}

(ג) 4^{500}

(ד) 4^{1000}

14. נתונים וקטורים $\vec{v}, \vec{w}$, שמקיימים $|\vec{v} - \vec{w}| = |\vec{v} + \vec{w}|$. בחרו את הטענה הנכונה.

(א) הוקטורים $\vec{v} - \vec{w}$ ו- $\vec{v} + \vec{w}$ מקבילים

(ב) הוקטורים $\vec{v} - \vec{w}$ ו- $\vec{v} + \vec{w}$ ניצבים

(ג) הוקטורים $\vec{v}$ ו- $\vec{w}$ מקבילים

(ד) הוקטורים $\vec{v}$ ו- $\vec{w}$ ניצבים

15. מצאו את האיבר החופשי מ- x בפיתוח הביטוי $\left(x^3 - \frac{3}{x^2}\right)^{15}$.

(א) -1

(ב) 1

(ג) $\binom{15}{3}(-3)^{12}$

(ד) $\binom{15}{6}(-3)^9$

16. נתונה סדרה הנדסית $a_1, a_2, \dots$ שמקיימת $a_3 < a_2 < a_4$ אזי בהכרח:

(א) $a_2 \cdot a_4 < 0$

(ב) $a_1 \cdot a_2 < 0$

(ג) $a_3 > 0$

(ד) $a_2 < 0$

17. יהי $z = \sqrt{3} + i$.

נתון ש- $|w| = 2|z|$ ו- $\arg\left(\frac{zw}{1-i}\right) = \frac{3\pi}{4}$. מצאו את w .

(א) $4i$

(ב) $2 + 2\sqrt{3}i$

(ג) $-4i$

(ד) $2 - 2\sqrt{3}i$

18. נתון כי α, β הן שתי זוויות המקיימות: $\tan \beta = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{2 + \cos \alpha - \cos 2\pi}$ אז לכל k שלם מתקיים:

$$\alpha = \beta + \pi k \quad (\text{א})$$

$$\beta = -\alpha + \pi k \quad (\text{ב})$$

$$2\beta = \alpha + 2\pi k \quad (\text{ג})$$

$$2\alpha = -\beta + \pi k \quad (\text{ד})$$

19. לכל n טבעי נתונה הטענה $2n + (2n + 1) + (2n + 2) + \dots + 3n = 2n^2 + 4n - 1$.

בחרו את ההיגד הנכון.

- (א) לא קיים n שמקיים את הטענה אבל מתקיים צעד האינדוקציה, כלומר מתקיים: אם הטענה נכונה עבור n טבעי כלשהו אז היא גם נכונה עבור $n + 1$
- (ב) קיים מספר סופי של מספרים טבעיים n עבורם הטענה נכונה, אבל לא מתקיים צעד האינדוקציה, כלומר לא מתקיים: אם הטענה נכונה עבור n טבעי כלשהו אז היא גם נכונה עבור $n + 1$
- (ג) קיים k טבעי כך שהטענה נכונה לכל $n \geq k$ טבעי.
- (ד) קיים k טבעי כך שהטענה נכונה לכל $n > k$ אי-זוגי בלבד.

20. נתונה פונקציה גזירה $f(x)$ שמקיימת $f'(0) = 1$.

חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)\cos x - f(0)}{x}$

(א) 1

(ב) 0

(ג) $f(0)$

(ד) $-f(0)$

21. חשבו את: $\int_0^{\pi} x \cdot \cos(x) dx$

(א) $-\pi$

(ב) -2

(ג) 0

(ד) $\frac{1}{2}$

22. לכל n טבעי נסמן $F_n(x) = (e^{8x})^{(n)}$ ו- $G_n(x) = \left(\frac{1}{1+x}\right)^{(n)}$ כאשר $(e^{8x})^{(n)}$ מסמן את הנגזרת ה- n של e^{8x} וכך גם עם $\left(\frac{1}{1+x}\right)^{(n)}$.

חשבו: $G_{17}(1) F_6(1)$

(א) $\frac{17!}{2^{12}} e^8$

(ב) $\frac{1}{2^{18}} e^8$

(ג) $-17! e^8$

(ד) $-e^8$

23. נתונה פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. בחרו את הטענה הנכונה.

- (א) אם $f(x)$ פונקציה מונוטונית עולה ממש אז $(f \circ f)(x)$ מונוטונית עולה ממש
- (ב) אם $f(x)$ פונקציה מונוטונית יורדת ממש אז $(f \circ f)(x)$ מונוטונית יורדת ממש
- (ג) אם $f(x)$ הפיכה ומונוטונית עולה ממש אז $f^{-1}(x)$ מונוטונית יורדת ממש
- (ד) אם $f(x)$ מונוטונית עולה ממש אז $f(x)$ היא פונקציה על

24. נתון: $3^{2x} - 3^x \cdot 5^x \geq 6 \cdot 5^{2x}$

מהו טווח הערכים המדויק של x ?

(א) $x \leq -\log_5 3$

(ב) $x \leq 1 - \log_3 5$

(ג) $x \leq \frac{1}{\log_5 3}$

(ד) $x \leq \frac{1}{1 - \log_3 5}$

25. נתונה הפונקציה $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 6x}$

איזו מהטענות הבאות נכונה?

- (א) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, קיים k ממשי כך שבתחום $(-\infty, k)$ $f(x)$ חסומה מלמטה על ידי $y = 0$
- (ב) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, קיים k ממשי כך שבתחום $(-\infty, k)$ $f(x)$ חסומה מלמעלה על ידי $y = 0$
- (ג) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$, קיים k ממשי כך שבתחום $(-\infty, k)$ $f(x)$ חסומה מלמטה על ידי $y = -3$
- (ד) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$, קיים k ממשי כך שבתחום $(-\infty, k)$ $f(x)$ חסומה מלמעלה על ידי $y = -3$