

מבחן סיווג במתמטיקה 20.6.24

1. תהי סדרה הנדסית אינסופית עם מנה q המקיימת $-1 < q < 1$. נתון כי סכום שלושת האיברים הראשונים של הסדרה הוא 6 וסכום שאר אברי הסדרה שווה ל- $-\frac{2}{3}$. מצאו את q .

$$\begin{aligned} \text{פתרון: מתקיים כי } a_1 + a_2 + a_3 &= \frac{a_1(1-q^3)}{1-q} = 6 \\ \text{בנוסף } \sum_{k=4}^{\infty} a_i &= \frac{a_4}{1-q} = \frac{a_1 q^3}{1-q} = -\frac{2}{3} \\ \text{נחלק את שתי המשוואות ונקבל:} \end{aligned}$$

$$\frac{\frac{a_1 q^3}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^3)}{1-q}} = \frac{q^3}{1-q^3} = \frac{-\frac{2}{3}}{6} = -\frac{1}{9} \Rightarrow 9q^3 = q^3 - 1 \Rightarrow q^3 = -\frac{1}{8} \Rightarrow q = -\frac{1}{2}$$

2. נתונה פונקציה $f(x) = |2x - 8|$ המוגדרת בקטע $A = [-1, 5)$. מצאו את התמונה של $f(x)$ בתחום ההגדרה A . פתרון: מתקיים כי

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 8 & x \in [4, 5) \\ 8 - 2x & x \in [-1, 4] \end{cases}$$

בקטע $[4, 5)$ הפונקציה מונוטונית עולה ולכן התמונה היא $[f(4), f(5)) = [0, 2)$. בקטע $[-1, 4]$ הפונקציה מונוטונית יורדת ולכן התמונה היא $[f(4), f(-1)] = [0, 10]$. לכן התמונה של $f(x)$ בתחום ההגדרה A הוא: $[0, 2) \cup [0, 10] = [0, 10]$.

3. יהי $f(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^{22}$. בפיתוח הבינום של ניוטון של $f(x)$ נסמן: a - המקדם החופשי, b - המקדם של x , c - המקדם של x^2 . בחרו את הטענה הנכונה. פתרון: נסתכל על פיתוח הבינום של ניוטון:

$$f(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^{22} = \sum_{k=0}^{22} \binom{22}{k} \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^k (x^{-1})^{22-k} = \sum_{k=0}^{22} \binom{22}{k} x^{k-22+\frac{1}{2}k} = \sum_{k=0}^{22} \binom{22}{k} x^{\frac{3}{2}k-22}$$

a - המקדם החופשי מתקבל כאשר $\frac{3}{2}k - 22 = 0$, כלומר כאשר $k = \frac{44}{3}$ וזה לא מספר שלם ולכן $a = 0$.

b - המקדם של x מתקבל כאשר $\frac{3}{2}k - 22 = 1$, כלומר $k = \frac{46}{3}$ וזה לא מספר שלם ולכן $b = 0$.

c - המקדם של x^2 מתקבל כאשר $\frac{3}{2}k - 22 = 2$, כלומר $k = 16$ ולכן $c = \binom{22}{16}$. מתוך האפשרויות המוצעות האפשרות היחידה היא $c > b$.

4. מתקיים כי לכל מספר ראשוני a , המספר $\sqrt{a}$ הוא מספר חיובי ואי-רציונלי. אז בהכרח:

פתרון: השלילה של הטענה היא: קיים מספר ראשוני a , כך ש- $\sqrt{a}$ הוא מספר אי-חיובי או רציונלי.
ולכן הטענה הנתונה שקולה לטענה:
לא קיים מספר ראשוני a כך ש- $\sqrt{a}$ הוא מספר אי-חיובי או רציונלי.

5. מצאו את מכפלת הפתרונות של המשוואה: $(5-5i)z^4 = (3-i)(1+2i)$.
פתרון: מתקיים כי

$$z^4 = \frac{(3-i)(1+2i)}{5-5i} = \frac{3+2+(-1+6)i}{5-5i} = \frac{5+5i}{5-5i} = \frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$$

ולכן פתרונות המשוואה הם שורשים של הפולינום $p(z) = z^4 - i$ ועל פי נוסחאות וייטה נקבל כי מכפלת הפתרונות היא $-i$.
 $(-1)^4 \frac{(-i)}{1} = -i$

6. יהיו z_1, z_2 פתרונות של המשוואה הריבועית $z^2 - 6iz - 9 - 2i = 0$.
בחרו את הטענה הנכונה.
פתרון: נשתמש בנוסחת השורשים:

$$z_{1,2} = \frac{6i \pm \sqrt{-36 + 4(9+2i)}}{2} = \frac{6i \pm \sqrt{8i}}{2} = \frac{6i \pm 2\sqrt{2}\text{cis}\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2} =$$

$$3i \pm \sqrt{2}\text{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3i \pm \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3i \pm (1+i)$$

ולכן $z_2 = 3i - 1 - i = -1 + 2i$ ו- $z_1 = 3i + 1 + i = 1 + 4i$
מתוך האפשרויות המוצעות התשובה הנכונה היא:

החלק הממשי של אחד הפתרונות הוא 1, והחלק המדומה של הפתרון האחר הוא 2.

7. לכל n טבעי נתונה הטענה $2n^2 + 4n - 1 = (2n+1) + (2n+2) + \dots + (3n) = 2n^2 + 4n - 1$.
בחרו את ההיגד הנכון.

פתרון: ננסה להוכיח את הטענה באינדוקציה על n :

בדיקה עבור $n = 1$ מתקיים: $2 + 3 = 2 + 4 - 1$ ולכן עבור $n = 1$ הטענה נכונה.
צעד האינדוקציה: נניח שהטענה נכונה עבור n ונוכיח עבור $n+1$.
צ"ל:

$$2(n+1) + (2n+3) + \dots + (3n) + (3n+1) + (3n+2) + 3(n+1) = 2(n+1)^2 + 4(n+1) - 1$$

על פי הנחת האינדוקציה:

$$(2n) + (2n+1) + (2n+2) + \dots + (3n) + (3n+1) + (3n+2) + (3n+3) - (2n) - (2n+1) =$$

$$2n^2 + 4n - 1 + (3n+1) + (3n+2) + (3n+3) - (2n) - (2n+1) = 2n^2 + 9n + 4$$

מצד שני,

$$2(n+1)^2 + 4(n+1) - 1 = 2n^2 + 4n + 2 + 4n + 4 - 1 = 2n^2 + 8n + 5$$

מתקיים ששני האגפים שווים אם

$$2n^2 + 9n + 4 = 2n^2 + 8n + 5 \Rightarrow n = 1$$

ולכן הטענה נכונה רק עבור $n = 1$ (לפי שלב הבדיקה) ועבור $n + 1 = 2$ (רק במקרה זה עבור $n = 1$ יש שוויון בצעד האינדוקציה). בשאר המקרים לא נקבל שוויון. לכן מתוך האפשרויות המוצעות ההיגד הנכון הוא: קיים מספר סופי של מספרים טבעיים n עבורם הטענה נכונה, אבל לא מתקיים צעד האינדוקציה, כלומר לא מתקיים: אם הטענה נכונה עבור n טבעי כלשהו אז היא גם נכונה עבור $n + 1$.

8. תהי $f(x) = 2\sqrt{x^3} - 46x + 332\sqrt{x} + k$ כך ש- k פרמטר ממשי. נתון כי $f(x) > 0$ אם ורק אם $x \in (16, 81) \cup (100, \infty)$. מצאו את $f(0)$. פתרון: מתקיים כי תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $[0, \infty)$. נסמן $t = \sqrt{x}$ ונסמן $g(t) = f(\sqrt{x}) = 2t^3 - 46t^2 + 332t + k$. על פי הנתון השורשים של הפולינום הם 4, 9, 10. ולכן מכפלת השורשים היא $4 \cdot 9 \cdot 10 = 360$. מצד שני, על פי נוסחאות וייטה מתקיים כי מכפלת השורשים שווה ל- $(-1)^3 \frac{k}{2}$. לכן $360 = -\frac{k}{2}$ כלומר $k = -720$.

9. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^3} - 6x + 9\sqrt{x} - 36$. בחרו את הטענה הנכונה. פתרון: מתקיים שתחום ההגדרה של הפונקציה הוא $[0, \infty)$. נגזור:

$$f'(x) = \frac{3}{2}x^{1/2} - 6 + 9 \cdot \frac{1}{2}x^{-1/2} = 0$$

נציב $t = x^{1/2}$ ונקבל את המשוואה:

$$g(t) = f(\sqrt{x}) = \frac{3}{2}t - 6 + \frac{9}{2t} = 0 \Rightarrow 3t^2 - 12t + 9 = 3(t^2 - 4t + 3) = 3(t - 1)(t - 3) = 0$$

ולכן $t = 1, t = 3$ מאפסים ומתקיים כי $g(t) > 0$ כאשר $t \in (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$ ו- $g(t) < 0$ כאשר $t \in (1, 3)$. לכן מתקיים כי $f'(x) > 0$ כאשר $x \in (0, 1) \cup (9, \infty)$ ו- $f'(x) < 0$ כאשר $x \in (1, 9)$. לכן $f(x)$ מונוטונית עולה בקטע $(0, 1) \cup (9, \infty)$ ויורדת בקטע $(1, 9)$. לכן חשודות לקיצון מוחלט הן: 1- נקודת מקסימום מקומי, 9- נקודת מינימום מקומי, 0 - קצה של קטע. נציב בפונקציה ונקבל:

$$f(0) = -36, f(1) = -32, f(9) = -36$$

על פי החקירה מתקיים כי $f(x) \geq -36$ לכל x ולכן 0, 9 הן שתי נקודות מינימום מוחלט. מתקיים $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ ולכן לפונקציה אין מקסימום מוחלט.

10. תהי $g(x)$ פונקציה קדומה של הפונקציה $\frac{3}{x}$.
 נתון כי הפונקציה $f(x) = e^{g(x)}$ עוברת דרך הנקודה $(1, e^3)$. מצאו את $f(2)$.
 פתרון: מתקיים כי $g(x) = 3 \ln x + C$ ולכן $f(x) = e^{g(x)} = e^{3 \ln x + C}$.
 נציב את הנקודה: $e^3 = f(1) = e^{3 \ln 1 + C} = e^C$.
 כי $C = 3$.
 לכן $f(2) = e^{3 \ln 2 + 3} = e^{\ln(2^3)} e^3 = 8e^3$.

11. נתון מישור $2x - 4y - 2z = 0$. תהי B הנקודה $(0, 10, 2)$.
 מנקודה B הורידו אנך למישור שחותך את המישור בנקודה C .
 מצאו את המרחק מנקודה C לנקודה $(\frac{11}{3}, 0, -\frac{11}{3})$.
 פתרון: נמצא הצגה פרמטרית של הישר שעובר דרך הנקודה B ומאונך למישור.
 כיוון הישר הוא הנורמל של המישור $(2, -4, -2)$ או $(1, -2, -1)$.
 לכן הצגה פרמטרית של הישר היא $(t, 10 - 2t, 2 - t) = (t, 10 - 2t, 2 - t) + t(1, -2, -1)$.
 נמצא את נקודת החיתוך C בין המישור והישר.
 נקודה כללית על הישר היא מהצורה $(t, 10 - 2t, 2 - t)$.
 נציב במשוואת המישור:

$$2 \cdot t - 4(10 - 2t) - 2(2 - t) = 12t - 44 = 0 \Rightarrow t = \frac{44}{12} = \frac{11}{3}$$

ולכן נקודת החיתוך C היא: $(\frac{11}{3}, \frac{8}{3}, -\frac{5}{3})$.
 לכן המרחק מנקודה C לנקודה $(\frac{11}{3}, 0, -\frac{11}{3})$ הוא:

$$\sqrt{0^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{64}{9} + 4} = \sqrt{\frac{64 + 36}{9}} = \frac{10}{3}$$

12. המשוואה $x^2 + y^2 - 2x + 4y = k$ מתארת מעגל ברדיוס 3 שמרכזו בנקודה $(1, -2)$,
 כאשר k פרמטר ממשי.
 קבעו את סוג העקום המתואר על ידי המשוואה $x^2 + ky^2 = 10$.
 פתרון: מתקיים

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y = k \Rightarrow (x - 1)^2 - 1 + (y + 2)^2 - 4 = k \Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = k + 5$$

מצד שני, $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2 = 9$. לכן $9 = k + 5$ כלומר $k = 4$.
 לכן $x^2 + 4y^2 = 10$ זו משוואה שמתארת אליפסה שאינה מעגל.

13. נתונה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. בחרו את הטענה הנכונה בהכרח.
פתרון: נעבור על הטענות הבאות:

(א) אם $f(x)$ פונקציה חח"ע, אז גם $2^{-f(x)}$ פונקציה חח"ע.
הטענה נכונה: הפונקציה 2^{-x} היא גם חח"ע. והרכבה של פונקציות חח"ע היא פונקציה חח"ע.

(ב) אם $f(x)$ פונקציה מונוטונית עולה, אז גם $2^{-f(x)}$ פונקציה מונוטונית עולה.
הטענה לא נכונה. ניקח $f(x) = x$. זו פונקציה מונוטונית עולה, אבל 2^{-x} היא פונקציה מונוטונית יורדת.

(ג) אם $f(x)$ פונקציה על, אז גם $(f(x))^2$ פונקציה על.
הטענה לא נכונה: ניקח $f(x) = x$. זו פונקציה על, אך $(f(x))^2 = x^2$ היא פונקציה לא על כי התמונה שלה היא הקטע $[0, \infty)$.

(ד) אם $f(x)$ פונקציה חח"ע, אז גם $(f(x))^2$ פונקציה חח"ע.
הטענה לא נכונה. ניקח $f(x) = x$. זו פונקציה חח"ע, אך $(f(x))^2 = x^2$ היא לא פונקציה חח"ע.

(ה) אם $f(x)$ פונקציה מונוטונית יורדת, אז גם $f(x) \ln x$ פונקציה מונוטונית יורדת.
הטענה לא נכונה: ניקח $f(x) = -x$. זו פונקציה מונוטונית יורדת, אך $g(x) = -x \ln x$ מקיימת כי $-x \ln x = -\ln x - x \cdot \frac{1}{x} = -\ln x - 1 = 0$ ומתקיים כי $g'(x) = -\ln x - 1 = 0$. ולכן הפונקציה לא מונוטונית יורדת.

14. נתון פרמטר $a > 0$. יהיו $f(x) = x^2 - 3x$, $g(x) = -ax^2$. נסמן ב- S_1 את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x וב- S_2 את השטח הכלוא בין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. נתון כי $S_1 = 2S_2$. מצאו את a .
פתרון: נחשב תחילה את S_1 : הפונקציה חותכת את ציר x בנקודות 0, 3, וגם הפונקציה נמצאת מתחת לציר ה- x בתחום זה ולכן:

$$S_1 = \int_0^3 -(x^2 - 3x) dx = \left. \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right|_0^3 = \frac{27}{2} - 9 = \frac{9}{2}$$

לכן $S_2 = \frac{S_1}{2} = \frac{9}{4}$. בנוסף, נמצא את החיתוך בין $f(x)$, $g(x)$ מתקיים

$$x^2 - 3x = -ax^2 \Rightarrow (1+a)x^2 - 3x = x((1+a)x - 3) = 0$$

ולכן הפתרונות של המשוואה הם $x = 0$ ו- $x = \frac{3}{1+a}$. בנוסף מתקיים כי בתחום זה $g(x) \geq f(x)$ לכן:

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{3}{1+a}} (-ax^2 - x^2 + 3x) dx &= (-a-1) \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \Big|_0^{\frac{3}{1+a}} = \\ &= -(a+1) \frac{\frac{3^3}{(1+a)^3}}{3} + \frac{3 \cdot \frac{3^2}{(1+a)^2}}{2} = \frac{9}{(1+a)^2} \left(-1 + \frac{3}{2} \right) = \frac{9}{2(1+a)^2} = \frac{9}{4} \end{aligned}$$

לכן $(1+a)^2 = 2$ ולכן $a = \pm\sqrt{2} - 1$. כיוון ש- $a > 0$ ולכן $a = \sqrt{2} - 1$.

15. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 5x^6 + ax^8 - 3x^{15} + 10x^{25}$ כאשר a פרמטר ממשי. נתון כי מתקיים $f^{(8)}(0) = 560$ כאשר $f^{(8)}(x)$ מציין את הנגזרת ה-8 של $f(x)$. מצאו את a . פתרון: מתקיים כי:

$$f^{(8)}(x) = 8!a - 3 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 8x^7 + 10 \cdot 25 \cdot \dots \cdot 18x^{17}$$

$$a = \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 6} = \frac{1}{72} \text{ ולכן } f^{(8)}(0) = 8!a = 560 = 7 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 2$$

16. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \ln\left(\frac{\arcsin x}{\arccos x} + \frac{1}{2}\right)$. פתרון: תחום ההגדרה של $\arcsin x$ ושל $\arccos x$ הוא $[-1, 1]$. בנוסף, $\arccos x$ מופיע במכנה ולכן נדרוש ש- $\arccos x \neq 0$ כלומר $x \neq 1$. לכן תחום ההגדרה מוכל בקטע $(-1, 1)$. $f(x) = \ln\left(\frac{\arcsin x}{\arccos x} + \frac{1}{2}\right)$ מוגדרת כאשר $\frac{\arcsin x}{\arccos x} + \frac{1}{2} > 0$, כלומר $\frac{\arcsin x}{\arccos x} > -\frac{1}{2}$. בנוסף מתקיים כי לכל $x \in [-1, 1)$ מתקיים $x \in (0, \pi]$ אי-השוויון הנ"ל שקול ל- $2 \arcsin x + \arccos x > 0$, כלומר $2 \arcsin x > -\arccos x$. נחקור את הפונקציה $g(x) = 2 \arcsin x + \arccos x$ מתקיים כי

$$g'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} > 0$$

ולכן $g(x)$ פונקציה מונוטונית עולה ממשי. בנוסף, $g(-1) = 2 \arcsin(-1) + \arccos(-1) = 2\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \pi = 0$ ולכן לכל $x > -1$ מתקיים $g(x) > g(-1) > 0$. ולכן תחום ההגדרה הוא $(-1, 1)$.

17. מצאו את כל ערכי $\alpha \in [0, 2\pi)$ כך שלמשוואה $x^2 \cos \alpha - 2x + 2 \cos \alpha = 0$ יש פתרון. פתרון: נסמן $b = \cos \alpha$. לכן מקבלים $bx^2 - 2x + 2b = 0$ למשוואה יש פתרון אם

$$\Delta = 4 - 8b^2 = 4(1 - 2b^2) = 4(1 - \sqrt{2}b)(1 + \sqrt{2}b) \geq 0$$

וזה יקרה אם $b \in \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$, כלומר $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \cos \alpha \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ ולכן $\alpha \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right]$.

18. נתון משולש ABC ונתון כי D היא אמצע הצלע AB . נסמן $\vec{CA} = \vec{u}$, $\vec{CB} = \vec{v}$. נתון כי מתקיים: $|\vec{CD}| = 3$, $|\vec{CA}| = 4$, $|\vec{CB}| = 5$. חשבו את $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

פתרון: מתקיים כי $\vec{AB} = -\vec{u} + \vec{v}$ ולכן $\vec{AD} = \frac{1}{2}(-\vec{u} + \vec{v})$. לכן $\vec{CD} = \vec{u} + \frac{1}{2}(-\vec{u} + \vec{v}) = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})$ ונתון כי $|\vec{CD}| = 3$ ולכן

$$9 = |\vec{CD}|^2 = \left(\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})\right) \cdot \left(\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})\right) = \frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v}) =$$

$$\frac{1}{4}(|\vec{u}|^2 + 2(\vec{u} \cdot \vec{v}) + |\vec{v}|^2) = \frac{1}{4}(16 + 2(\vec{u} \cdot \vec{v}) + 25)$$

$$36 = 41 + 2(\vec{u} \cdot \vec{v}) \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = -\frac{5}{2} = -2.5 \text{ לכן}$$

19. נתונה פונקציה גזירה $f(x)$ המקיימת $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1, f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$.

חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(\arctan x) - 1}{x - 1}$.

פתרון: נגדיר $g(x) = f(\arctan x)$. מתקיים כי

$$g(1) = f(\arctan 1) = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

נחשב: $g'(x) = f'(\arctan x) \cdot \frac{1}{1+x^2}$ ולכן

$$g'(1) = f'(\arctan 1) \cdot \frac{1}{1+1^2} = f'\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

מצד שני, על פי הגדרת הנגזרת מתקיים:

$$g'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(\arctan x) - 1}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(\arctan x) - 1}{x - 1} = 1 \text{ ולכן}$$

20. נתון מספר ממשי a המקיים $\frac{1}{2} \log_{10}(7-a) + \log_{10} \sqrt{a-5} = 0$.

חשבו את הגבול: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-2) \cos\left(\pi - \frac{\pi}{x}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{x}\right)}$.

פתרון: מתקיים כי

$$0 = \frac{1}{2} \log_{10}(7-a) + \log_{10} \sqrt{a-5} = \frac{1}{2} \log_{10}(7-a) + \frac{1}{2} \log_{10}(a-5) = \frac{1}{2} \log_{10}((7-a)(a-5))$$

$$\frac{1}{2} \log_{10}(-a^2 + 12a - 35) = 0$$

לכן $-a^2 + 12a - 35 = 1$, כלומר $a^2 - 12a + 36 = (a-6)^2 = 0$ ולכן $a = 6$. לכן:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x-2) \cos\left(\pi - \frac{\pi}{x}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{x}\right)} = \frac{4 \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = -6$$