

## מבחן סיווג במתמטיקה 20.6.24

1. תהי סדרה הנדסית אינסופית עם מנה  $q$  המקיימת  $-1 < q < 1$ . נתון כי סכום שלושת האיברים הראשונים של הסדרה הוא 6 וסכום שאר אברי הסדרה שווה ל- $-\frac{2}{3}$ . מצאו את  $q$ .

(א)  $-\frac{2}{3}$

(ב)  $-\frac{1}{2}$

(ג)  $\frac{1}{2}$

(ד)  $-\frac{1}{3}$

(ה)  $\frac{1}{3}$

2. נתונה פונקציה  $f(x) = |2x - 8|$  המוגדרת בקטע  $A = [-1, 5]$ . מצאו את התמונה של  $f(x)$  בתחום ההגדרה  $A$ .

(א)  $[2, 10]$

(ב)  $(2, 10]$

(ג)  $[2, 10)$

(ד)  $[0, 10)$

(ה)  $[0, 10]$

3. יהי  $f(x) = (\sqrt{x} + \frac{1}{x})^{22}$ . בפיתוח הבינום של ניוטון של  $f(x)$  נסמן:  $a$  - המקדם החופשי,  $b$  - המקדם של  $x$ ,  $c$  - המקדם של  $x^2$ . בחרו את הטענה הנכונה.

(א)  $a < b$

(ב)  $a > c$

(ג)  $c > b$

(ד)  $b > c$

(ה)  $a > b$

4. מתקיים כי לכל מספר ראשוני  $a$ , המספר  $\sqrt{a}$  הוא מספר חיובי ואי-רציונלי. אז בהכרח:

- (א) קיים מספר ראשוני  $a$  כך ש- $\sqrt{a}$  הוא מספר חיובי ורציונלי.  
 (ב) לכל מספר לא ראשוני  $a$ , המספר  $\sqrt{a}$  הוא מספר חיובי ורציונלי.  
 (ג) קיים מספר ראשוני  $a$ , כך ש- $\sqrt{a}$  הוא מספר אי-חיובי או רציונלי.  
 (ד) לא קיים מספר ראשוני  $a$  כך ש- $\sqrt{a}$  הוא מספר אי-חיובי או רציונלי.  
 (ה) לא קיים מספר ראשוני  $a$  כך ש- $\sqrt{a}$  הוא מספר אי-חיובי או אי-רציונלי.
5. מצאו את מכפלת הפתרונות של המשוואה:  $(5 - 5i)z^4 = (3 - i)(1 + 2i)$ .

- (א) 0  
 (ב) 1  
 (ג)  $-i$   
 (ד)  $i$   
 (ה)  $-1$

6. יהיו  $z_1, z_2$  פתרונות של המשוואה הריבועית  $z^2 - 6iz - 9 - 2i = 0$ . בחרו את הטענה הנכונה.

- (א) החלק הממשי של אחד הפתרונות הוא 1, והחלק המדומה של הפתרון האחר הוא 2.  
 (ב) החלק הממשי של אחד הפתרונות הוא 0, והחלק המדומה של הפתרון האחר הוא 3.  
 (ג) החלק הממשי של אחד הפתרונות הוא 4, והחלק המדומה של הפתרון האחר הוא  $-1$ .  
 (ד) החלק הממשי של אחד הפתרונות הוא 3, והחלק המדומה של הפתרון האחר הוא 1.  
 (ה)  $z_2 = \bar{z}_1$

7. לכל  $n$  טבעי נתונה הטענה  $2n + (2n + 1) + (2n + 2) + \dots + 3n = 2n^2 + 4n - 1$ . בחרו את ההיגד הנכון.

- (א) קיים  $n$  טבעי אחד בלבד עבורו הטענה נכונה.  
 (ב) לא קיים  $n$  שמקיים את הטענה אבל מתקיים צעד האינדוקציה, כלומר מתקיים: אם הטענה נכונה עבור  $n$  טבעי כלשהו אז היא גם נכונה עבור  $n + 1$ .  
 (ג) קיים מספר סופי של מספרים טבעיים  $n$  עבורם הטענה נכונה, אבל לא מתקיים צעד האינדוקציה, כלומר לא מתקיים: אם הטענה נכונה עבור  $n$  טבעי כלשהו אז היא גם נכונה עבור  $n + 1$ .  
 (ד) קיים  $k$  טבעי כך שהטענה נכונה לכל  $n \geq k$  טבעי.  
 (ה) קיים  $k$  טבעי כך שהטענה נכונה לכל  $n > k$  אי-זוגי בלבד.

8. תהי  $f(x) = 2\sqrt{x^3} - 46x + 332\sqrt{x} + k$  כך ש- $k$  פרמטר ממשי. נתון כי  $f(x) > 0$  אם ורק אם  $x \in (16, 81) \cup (100, \infty)$ . מצאו את  $f(0)$ .

(א) -720

(ב) -360

(ג) -48

(ד) -353

(ה) -706

9. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{x^3} - 6x + 9\sqrt{x} - 36$ . בחרו את הטענה הנכונה.

(א) המינימום המוחלט של  $f(x)$  מתקבל בנקודה אחת בדיוק.

(ב) ל- $f(x)$  אין מינימום מוחלט.

(ג) המקסימום המוחלט של  $f(x)$  מתקבל בנקודה אחת בדיוק.

(ד) המינימום המוחלט של  $f(x)$  מתקבל בשתי נקודות שונות בדיוק.

(ה) המקסימום המוחלט של  $f(x)$  מתקבל בשתי נקודות שונות בדיוק.

10. תהי  $g(x)$  פונקציה קדומה של הפונקציה  $\frac{3}{x}$ . נתון כי הפונקציה  $f(x) = e^{g(x)}$  עוברת דרך הנקודה  $(1, e^3)$ . מצאו את  $f(2)$ .

(א)  $e^6$

(ב)  $2e^3$

(ג)  $8e^3$

(ד)  $e^9$

(ה)  $2e^6$

11. נתון מישור  $2x - 4y - 2z = 0$ . תהי  $B$  הנקודה  $(0, 10, 2)$ . מנקודה  $B$  הורידו אנך למישור שחותך את המישור בנקודה  $C$ . מצאו את המרחק מהנקודה  $C$  לנקודה  $(\frac{11}{3}, 0, -\frac{11}{3})$ .

(א)  $\frac{8}{3}$

(ב)  $\frac{10}{3}$

(ג)  $\frac{14}{3}$

(ד)  $\frac{16}{3}$

(ה)  $\frac{11}{3}$

12. העקום  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = k$  הינו מעגל ברדיוס 3 שמרכזו בנקודה  $(1, -2)$ , כאשר  $k$  פרמטר ממשי. קבעו את סוג העקום  $x^2 + ky^2 = 10$

(א) שני ישרים נחתכים

(ב) היפרבולה

(ג) מעגל

(ד) אליפסה שאינה מעגל

(ה) שני ישרים מקבילים

13. נתונה  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . בחרו את הטענה הנכונה בהכרח.

(א) אם  $f(x)$  פונקציה מונוטונית עולה, אז גם  $2^{-f(x)}$  פונקציה מונוטונית עולה.

(ב) אם  $f(x)$  פונקציה חח"ע, אז גם  $2^{-f(x)}$  פונקציה חח"ע.

(ג) אם  $f(x)$  פונקציה על, אז גם  $(f(x))^2$  פונקציה על.

(ד) אם  $f(x)$  פונקציה חח"ע, אז גם  $(f(x))^2$  פונקציה חח"ע.

(ה) אם  $f(x)$  פונקציה מונוטונית יורדת, אז גם  $f(x) \ln x$  פונקציה מונוטונית יורדת.

14. נתון פרמטר  $a > 0$ . יהיו  $f(x) = x^2 - 3x$ ,  $g(x) = -ax^2$ . נסמן ב- $S_1$  את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה  $f(x)$  וציר ה- $x$  וב- $S_2$  את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ . נתון כי  $S_1 = 2S_2$ . מצאו את  $a$ .

(א) 1

(ב)  $\sqrt{3} - 1$

(ג)  $\sqrt{2} - 1$

(ד)  $\frac{1}{2}$

(ה) 2

15. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 - 5x^6 + ax^8 - 3x^{15} + 10x^{25}$  כאשר  $a$  פרמטר ממשי. נתון כי מתקיים  $f^{(8)}(0) = 560$  כאשר  $f^{(8)}(x)$  מציינ את הנגזרת מסדר שמונה של  $f(x)$ . מצאו את  $a$ .

(א) 0

(ב)  $\frac{1}{56}$

(ג)  $\frac{1}{72}$

(ד) 560

(ה) -3

16. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x) = \ln\left(\frac{\arcsin x}{\arccos x} + \frac{1}{2}\right)$ .

(א)  $(-1, 1)$

(ב)  $[-1, 1]$

(ג)  $(-\infty, \infty)$

(ד)  $(0, \infty)$

(ה)  $[-1, 0) \cup (0, \infty)$

17. מצאו את כל ערכי  $\alpha \in [0, 2\pi)$  כך שלמשוואה  $x^2 \cos \alpha - 2x + 2 \cos \alpha = 0$  יש פתרון.

(א)  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right]$

(ב)  $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{4}, 2\pi\right)$

(ג)  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right]$

(ד)  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{4}, 2\pi\right)$

(ה)  $\left[0, \frac{7\pi}{4}\right]$

18. נתון משולש  $ABC$  ונתון כי  $D$  היא אמצע הצלע  $AB$ . נסמן  $\vec{CA} = \vec{u}$ ,  $\vec{CB} = \vec{v}$ . נתון כי מתקיים:  $|\vec{CD}| = 3$ ,  $|\vec{CA}| = 4$ ,  $|\vec{CB}| = 5$ . חשבו את  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .

(א) 4.5

(ב) -3.5

(ג) -2.5

(ד) 1.5

(ה) 1

19. נתונה פונקציה גזירה  $f(x)$  המקיימת  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ ,  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$ . חשבו את הגבול  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(\arctan x) - 1}{x - 1}$ .

(א) 0

(ב) 1

(ג) 2

(ד)  $\frac{1}{2}$

(ה) -1

20. נתון מספר ממשי  $a$  המקיים  $\frac{1}{2} \log_{10} (7 - a) + \log_{10} \sqrt{a - 5} = 0$

חשבו את הגבול:  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-2) \cos\left(\pi - \frac{\pi}{x}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{x}\right)}$

(א) 0

(ב) 1

(ג) 3

(ד) -2

(ה) -6