

מבחן סיווג במתמטיקה 22.8.24

1. יהי $\alpha \in [0, \pi]$ ותהי סדרה הנדסית אינסופית המקיימת:
 האיבר הרשאון הוא $a_1 = \sin \alpha$ והמנה $q = -\cos \alpha$. נתון כי סכום הסדרה שווה ל- $\frac{\sqrt{3}}{3}$. מצאו את α .

(א) $\frac{\pi}{6}$

(ב) $\frac{2\pi}{3}$

(ג) $\frac{\pi}{3}$

(ד) $\frac{5\pi}{6}$

(ה) $\frac{\pi}{2}$

2. נתונה פונקציה $f(x) = |x^2 - 8x + 15|$ המוגדרת בקטע $A = [0, 8]$.
 מצאו את התמונה של $f(x)$ בתחום ההגדרה A .

(א) $[1, 15]$

(ב) $(0, 15]$

(ג) $(1, 15)$

(ד) $(0, 15)$

(ה) $[0, 15]$

3. יהי $f(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^{20}$. בפיתוח הבינום של ניוטון של $f(x)$ נסמן:
 a - המקדם החופשי, b - המקדם של x , c - המקדם של x^2 .
 בחרו את הטענה הנכונה.

(א) $2a - b - c^2 = \binom{20}{14}$

(ב) $2a + b - c^2 = \binom{20}{14}$

(ג) $a + b^2 + c = \binom{20}{14}$

(ד) $a^2 - b + 2c = \binom{20}{14}$

(ה) $(a + b + c)^2 = \binom{20}{14}$

(ו)

4. מתקיים כי כל פונקציה המקיימת $f(x_1) = y_1$ וגם $f(x_2) = y_2$ כך ש- $x_1 \neq x_2$ וגם $y_1 \neq y_2$, היא פונקציה שאינה קבועה. אז בהכרח:

(א) לא קיימת פונקציה המקיימת $f(x_1) = y_1$ וגם $f(x_2) = y_2$ כך ש- $x_1 \neq x_2$ וגם $y_1 \neq y_2$ והפונקציה לא קבועה.

(ב) לא קיימת פונקציה המקיימת $f(x_1) = y_1$ וגם $f(x_2) = y_2$ כך ש- $x_1 = x_2$ וגם $y_1 = y_2$ והפונקציה לא קבועה.

(ג) לא קיימת פונקציה המקיימת $f(x_1) = y_1$ וגם $f(x_2) = y_2$ כך ש- $x_1 = x_2$ וגם $y_1 = y_2$ והפונקציה קבועה.

(ד) לא קיימת פונקציה המקיימת $f(x_1) = y_1$ או $f(x_2) = y_2$ כך ש- $x_1 \neq x_2$ או $y_1 \neq y_2$ והפונקציה לא קבועה.

(ה) לא קיימת פונקציה המקיימת $f(x_1) = y_1$ וגם $f(x_2) = y_2$ כך ש- $x_1 \neq x_2$ וגם $y_1 \neq y_2$ והפונקציה היא קבועה.

5. תהי A קבוצת כל המספרים המרוכבים המקיימים את המשוואה $\left| \frac{z+\bar{z}+4}{3z-\bar{z}-2} \right| = 1$. אז הקבוצה A מקיימת:

(א) הקבוצה A מתארת פרבולה במישור המרוכב עם סימטריה ביחס לציר המדומה.

(ב) הקבוצה A מתארת פרבולה במישור המרוכב עם סימטריה ביחס לציר הממשי.

(ג) הקבוצה A מתארת מעגל במישור המרוכב ברדיוס 2 עם מרכז על הציר הממשי.

(ד) הקבוצה A מתארת מעגל במישור המרוכב ברדיוס 2 עם מרכז על הציר המדומה.

(ה) הקבוצה A מתארת שני ישרים במישור המרוכב המקבילים לציר הממשי.

6. נתונה המשוואה $z^3 - (2 + 8i)z^2 + (1 + 8i)z = 0$. בחרו את הטענה הנכונה.

(א) למשוואה שני פתרונות ממשיים והחלק המדומה של הפתרון השלישי הוא 8.

(ב) למשוואה שני פתרונות ממשיים והחלק הממשי של הפתרון השלישי הוא 8.

(ג) למשוואה פתרון ממשי אחד בלבד והחלק הממשי של שני הפתרונות הנוספים שווה ל-8.

(ד) למשוואה פתרון ממשי אחד בלבד והחלק המדומה של שני הפתרונות הנוספים שווה ל-8.

(ה) למשוואה שלושה פתרונות מרוכבים שאינם ממשיים.

7. לכל n טבעי נתון הביטוי הבא: $\log_{10} \frac{2}{1} + 2 \log_{10} \frac{3}{2} + \dots + n \log_{10} \frac{n+1}{n}$. חשבו את הסכום המתקבל עבור $n = 9$

(א) $\log_{10}(9!)$

(ב) $10 - \log_{10}(9!)$

(ג) $9 - \log_{10}(9!)$

(ד) $\frac{9}{\log_{10}(9!)}$

(ה) 9

8. נתון פולינום $p(x) = x^5 + ax^4 + 5x^3 - 27x^2 - 36x + b$ כאשר a, b פרמטרים ממשיים. ידוע כי:

1. $3i, -3i$ הם שני שורשים של הפולינום.
 2. מכפלת שורשי הפולינום שווה ל-0.
 3. סכום שורשי הפולינום שווה ל-3.
- בחרו את הטענה הנכונה

- (א) $x = 1$ הוא שורש של הפולינום.
- (ב) $x = -3$ הוא שורש של הפולינום.
- (ג) $x = 3$ הוא שורש של הפולינום.
- (ד) $x = -4$ הוא שורש של הפולינום.
- (ה) $x = 4$ הוא שורש של הפולינום.

9. נתונה הפונקציה $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת על ידי $f(x) = x + \ln(3 - x^2)$ כאשר A הוא תחום ההגדרה המקסימלי של f .
בחרו את הטענה הנכונה.

- (א) ל- $f(x)$ יש נקודת קיצון מקומי אחת $x = 1$ שהיא נקודת מקסימום מקומי.
- (ב) ל- $f(x)$ יש נקודת קיצון מקומי אחת $x = -3$ שהיא נקודת מקסימום מקומי.
- (ג) ל- $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון מקומי $x = -3$ נקודת מקסימום מקומי ו- $x = 1$ נקודת מינימום מקומי.
- (ד) ל- $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון מקומי $x = -3, x = 1$ ושתי נקודות מקסימום מקומי.
- (ה) ל- $f(x)$ אין נקודות קיצון מקומי.

10. תהי $g(x)$ פונקציה קדומה של הפונקציה $\sin x \cos x$.
נתון כי הפונקציה $f(x) = \arcsin(2g(x))$ עוברת דרך הנקודה $(\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6})$. מצאו את $f(\frac{\pi}{4})$.

- (א) 0
- (ב) $\frac{\pi}{2}$
- (ג) $-\frac{\pi}{2}$
- (ד) $-\frac{\pi}{4}$
- (ה) $\frac{\pi}{6}$

11. נתון ישר $l: \frac{x-7}{2} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z+7}{-3}$ ונתונה נקודה $A(-1, 2, 5)$ מחוץ לישר.

נתון כי המישור $3x + By + Cz + D = 0$ מכיל את הישר ואת הנקודה.

מצאו את D .

(א) 0

(ב) 5

(ג) -1

(ד) 9

(ה) -7

12. המשוואה $x^2 + y^2 + 2y = k$ מתארת מעגל ברדיוס 5 שמרכזו בנקודה $(0, -1)$, כאשר k פרמטר ממשי.

קבעו את סוג העקום המתואר על ידי המשוואה $x^2 + (k - 20)x - y^2 = k - 4$.

(א) אליפסה שאינה מעגל

(ב) שני ישרים נחתכים

(ג) מעגל

(ד) היפרבולה

(ה) פרבולה

13. נתונות שתי פונקציות $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. בחרו את הטענה הנכונה בהכרח.

(א) אם $f(x), g(x)$ פונקציות חד-חד ערכיות, אז גם $f(x) + g(x)$ פונקציה חד-חד ערכית.

(ב) אם $f(x), g(x)$ פונקציות על, אז גם $f(x) + g(x)$ פונקציה על.

(ג) אם $f(x), g(x)$ פונקציות הפיכות, אז גם $f(x) + g(x)$ פונקציה הפיכה.

(ד) אם $f(x), g(x)$ פונקציות מונוטוניות עולות אז גם $f(x) + g(x)$ פונקציה מונוטונית עולה.

(ה) אם $f(x), g(x)$ פונקציות מונוטוניות עולות, אז $f(x)g(x)$ פונקציה מונוטונית עולה.

14. יהי k מספר שלם אי-שלילי. נתון כי השטח בין הגרפים של $f(x) = e^{kx}$, $g(x) = e^{-kx}$ והישר $y = e$ שווה ל-1. מצאו את k .

(א) 1

(ב) 0

(ג) 8

(ד) 4

(ה) 2

15. נתונה הפונקציה $f(x) = 10x - 5x^4 + ax^8 - 10x^9 + x^{10}$ כאשר a פרמטר ממשי. נתון כי מתקיים $f^{(8)}(1) = 0$ כאשר $f^{(8)}(x)$ מציין את הנגזרת השמינית של $f(x)$. מצאו את a .

(א) 8!

(ב) 45

(ג) $\frac{1}{72}$

(ד) 720

(ה) 0

16. מצאו את תחום ההגדרה המקסימלי של הפונקציה $f(x) = \sqrt{\tan(4x)} + \ln(x - x^2)$.

(א) $(0, \frac{\pi}{8}) \cup [\frac{\pi}{4}, 1)$

(ב) $(0, \frac{\pi}{8}] \cup [\frac{\pi}{4}, 1)$

(ג) $(0, \frac{\pi}{8})$

(ד) $(0, \frac{\pi}{8}]$

(ה) $(0, \frac{\pi}{8}) \cup (\frac{\pi}{4}, 1)$

17. מצאו את כל ערכי $m \neq 2, m \in \mathbb{R}$ כך שלמשוואה $\frac{1}{m-2}x^2 + 3x + 2(m-3) = 0$ אין פתרון ממשי.

(א) $m \in (-6, 2) \cup (2, \infty)$

(ב) $m \in (-6, 2)$

(ג) $m \in (-\infty, -6)$

(ד) $m \in (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

(ה) $m \in (-\infty, -6) \cup (-6, 2)$

18. יהיו $\vec{u}, \vec{v}$ וקטורים במרחב המקיימים $|\vec{u} - \vec{v}| = 2\sqrt{2}$. חשבו את

$|\vec{u} + \vec{v}|$.

(א) 8

(ב) $2\sqrt{2}$

(ג) $\sqrt{28}$

(ד) $\sqrt{24}$

(ה) $\sqrt{32}$

19. נתונה פונקציה גזירה $f(x)$ המקיימת $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{f(x) \sin x}$.

(א) 0

(ב) 1

(ג) 2

(ד) 4

(ה) $\frac{1}{2}$

20. חשבו את הגבול: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{4^x - 2^x - 2}$.

(א) 0

(ב) 1

(ג) $\frac{1}{2}$

(ד) $\frac{1}{3}$

(ה) 2