

מבחן סיווג במתמטיקה 28.3.24

1. תהי סדרה a_n סדרה. נגדיר סדרה חדשה $b_n = 4^{a_n}$. נתון כי b_n היא סדרה הנדסית. נתון: $b_9 = 64$ ו- $a_1 + a_2 + \dots + a_8 = 24$. מצאו את a_1 .

(א) 1

(ב) 2

(ג) 3

(ד) 4

(ה) 6

2. נתונה פונקציה $f(x) = |x - 2|$ המוגדרת בקטע $A = [1, 5]$. מצאו את התמונה של $f(x)$ בתחום ההגדרה A .

(א) $[1, 3]$

(ב) $[1, 5]$

(ג) $[0, 1]$

(ד) $[0, 3]$

(ה) $[0, 5]$

3. יהי $p(x) = (x^2 - 3)^n (5x - 1)$ כאשר n מספר טבעי. נתון כי המקדם החופשי של $p(x)$ שווה ל-81-. מצאו את המקדם של x^7 .

(א) 270

(ב) 0

(ג) -3

(ד) -60

(ה) 5

4. נתון שלכל מישור M קיים ישר ℓ כך שלכל מישור π המכיל את ℓ מתקיים כי π ניצב ל- M . אז בהכרח:

- (א) לא קיים מישור M כך שלכל ישר ℓ קיים מישור π שלא מכיל את ℓ ומקיים כי π ניצב ל- M .
- (ב) לא קיים מישור M כך שלכל ישר ℓ קיים מישור π המכיל את ℓ ומקיים כי π ניצב ל- M .
- (ג) לא קיים מישור M כך שלכל ישר ℓ קיים מישור π שלא מכיל את ℓ ומקיים כי π ניצב ל- M .
- (ד) לא קיים מישור M כך שלכל ישר ℓ קיים מישור π שמכיל את ℓ ומקיים כי π ניצב ל- M .
- (ה) לא קיים מישור M כך שלא לכל ישר ℓ קיים מישור π שלא מכיל את ℓ ומקיים כי π ניצב ל- M .

5. נתון $z = -1 + i$. נסמן ב- k את המספר השלם החיובי הקטן ביותר עבורו z^k מספר ממשי. מצאו את k

- (א) 2
- (ב) 3
- (ג) 4
- (ד) 6
- (ה) 8

6. נתון הביטוי $a = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{600} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{600}$. אז בהכרח:

- (א) 1
- (ב) -1
- (ג) i
- (ד) $-i$
- (ה) 0

7. נתונה סדרה a_n על ידי נוסחת נסיגה:
 $a_1 = 1$ ו- $a_{n+1} = \log_2(2a_n + 1) - \log_2(a_n)$. בחרו את ההיגד הנכון.

- (א) לכל n אי-זוגי מתקיים $a_{n+1} \leq a_n$ ולכל n זוגי מתקיים $a_{n+1} \geq a_n$.
- (ב) לכל n אי-זוגי מתקיים $a_{n+1} \geq a_n$ ולכל n זוגי מתקיים $a_{n+1} \leq a_n$.
- (ג) לכל n טבעי מתקיים $1 < a_n < 2$ וגם $a_{n+1} \geq a_n$.
- (ד) לכל n טבעי מתקיים $1 < a_n < 2$ וגם $a_{n+1} \leq a_n$.
- (ה) לכל n טבעי מתקיים $a_n \geq 2$ וגם $a_{n+1} \geq a_n$.

8. תהי $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 70$. נתון כי $f(x) < 0$ אם ורק אם $x \in (-5, -2) \cup (1, k)$ כאשר $k > 1$. מצאו את $f(-1)$.

(א) 64

(ב) 192

(ג) 70

(ד) 528

(ה) 176

9. נתונה הפונקציה $f(x) = ax^4 - bx^3 - cx^2 - 3x$. יש שתי נקודות פיתול ב- $x = 1$ ו- $x = -\frac{1}{3}$. אז בהכרח:

(א) $4b = 3a$

(ב) $c = 6a - 2b$

(ג) $3c = 3a + 2b$

(ד) $6b = 8a$

(ה) $3c = 4a$

10. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(x) + m \cos(x)$ כאשר m פרמטר ממשי. נתון כי ל- $f(x)$ יש נקודת קיצון ב- $x = \frac{\pi}{6}$. חשבו את $\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{3}} f(x) dx$.

(א) -4

(ב) 4

(ג) 0

(ד) $1 + \sqrt{3}$

(ה) $-1 - \sqrt{3}$

11. נתון כי המישור $\pi : Ax + 2y + Cz + D = 0$ עובר דרך הנקודות $P(3, 6, 5)$ ו- $Q(2, 7, 0)$. בנוסף, נתון כי המישור π מאונך למישור $x + 2y + 3z - 4 = 0$. מצאו את C .

(א) 1

(ב) 13

(ג) 3

(ד) -13

(ה) -1

12. נתון העקום $2x^2 - 4(x - y^2) = 38$. קבעו את סוג העקום.

(א) שני ישרים נחתכים

(ב) היפרבולה

(ג) מעגל

(ד) אליפסה שאינה מעגל

(ה) פרבולה

13. נתונה $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ פונקציה מונוטונית עולה ממש.

בחרו את הטענה הנכונה בהכרח.

(א) הפונקציה $e^{-\frac{1}{f(x)}}$ היא פונקציה מונוטונית יורדת ממש.

(ב) הפונקציה $e^{-\frac{1}{f(x)}}$ היא פונקציה מונוטונית עולה ממש.

(ג) הפונקציה $\cos(f(x))$ היא פונקציה מונוטונית יורדת ממש.

(ד) הפונקציה $e^{f(x)}$ היא פונקציה על.

(ה) הפונקציה $\tan(f(x))$ היא פונקציה מונוטונית עולה ממש.

14. תהי $f(x) = -x^2 + 4\sqrt{x} - 1$. תהי (x_1, y_1) נקודת הקיצון היחידה של $f(x)$.
לגרף הפונקציה $f(x)$ העבירו משיק בנקודה $(x_2, -9)$ שמשוואתו היא $y = -7x + 19$.
חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק והישר $x = x_1$.

(א) 24

(ב) 52.5

(ג) $15\frac{2}{3}$

(ד) $9\frac{5}{6}$

(ה) $35\frac{1}{6}$

15. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(2x)$.
חשבו את המכפלה $f^{(1)}(0) \cdot f^{(3)}(0) \cdot f^{(5)}(0) \cdot \dots \cdot f^{(19)}(0)$.
כאשר $f^{(n)}(x)$ מציינ את הנגזרת ה- n של $f(x)$.

(א) 0

(ב) -2^{100}

(ג) $\frac{1}{2^{100}}$

(ד) 2^{190}

(ה) $-\frac{1}{2^{190}}$

16. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \sqrt{\frac{\arccos\left(\frac{x^2}{25}\right)}{\ln(2^{3x-8}-1)}}$.

(א) $(3, 5]$

(ב) $[-5, 5]$

(ג) $[-5, 3) \cup (3, 5]$

(ד) $[-5, 3)$

(ה) $[0, 3) \cup (3, 5]$

17. נתונה פונקציה $f(x) = x^2 + bx + c$ כאשר b, c פרמטרים ממשיים ונתון כי x_1, x_2 הם שורשים של $f(x)$.

בנוסף, נתונה פונקציה $g(x) = x^2 + cx + b$ נסמן ב- α_1, α_2 את השורשים של $g(x)$. בחרו את הטענה הנכונה:

(א) $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = x_1x_2 + x_1 + x_2$

(ב) $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = (x_1 + x_2)^2$

(ג) $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = (x_1x_2)^2 + 2(x_1 + x_2)$

(ד) $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = x_1^2 + x_2^2$

(ה) $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 0$

18. נתון טרפז $ABCD$. נסמן: $\vec{AD} = \vec{v}$, $\vec{AB} = \vec{u}$, $\vec{DC} = \frac{1}{2}\vec{u}$.

על הצלע AB נמצאת נקודה M המקיימת $|\vec{AM}| = \frac{3}{4}|\vec{AB}|$.

מתקיים: $\vec{CM} \perp \vec{MD}$ ו- $|\vec{v}| = \frac{1}{2}|\vec{u}|$. חשבו את $\cos(\angle BAD)$.

(א) $\frac{1}{2}$

(ב) $\frac{13}{16}$

(ג) $\frac{1}{4}$

(ד) $\frac{5}{8}$

(ה) $\frac{7}{8}$

19. נתונה פונקציה גזירה $f(x)$ המקיימת $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$. נתון בנוסף ש- $f(x)$ מקבלת מקסימום ב- $x = \frac{\pi}{2}$. חשבו: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2f(x)-1}{2x-\pi}$.

(א) 0

(ב) 1

(ג) -1

(ד) $\frac{1}{2}$

(ה) 2

20. נתון מספר ממשי a המקיים $3^{2^a(a^3-a^2)} = 1$ וגם שהגבול $\lim_{x \rightarrow a} \ln |x| \cdot \cot(x) = L$ קיים וסופי. חשבו את L .

(א) 1

(ב) π

(ג) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(ד) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(ה) 0