השאלות

בבחינה זו 25 שאלות.

הזמן המוקצב הוא שלוש שעות.

1. מהו סכום כל הפתרונות של המשוואה $\frac{z^6-1}{z-1}=0$? $(z\in\mathbb{C})$

(א) 1

(ב) i

(ג) -1

(ד) -i

2. נתונה הפונקציה $f(x) = \tan^2 x + \cos 2x$

בתחום $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ יש לפונקציה שלוש נקודות שבהן הנגזרת הראשונה שלה מתאפסת. אחת מהן היא ב- $x = 0$.
שתי האחרות הן בנקודות שמקיימות $\cos x = \sqrt[t]{\frac{1}{2}}$

מהו ערכו של t?

(א) 5

(ב) 6

(ג) 3

(ד) 4

3. השלימו:

קבוצת הנקודות (x,y) במישור המקיימות את השוויון $x^2 + 2xy + y^2 = 0$ היא _____.

(א) נקודה אחת

(ב) מעגל

(ג) אליפסה

(ד) קו ישר

4. נתון: שארית החלוקה של $x^5 - 2x^4 + kx^2 - 8$ ב-$(x - 2)$ היא 4.

$k = ?$

(א) 1

(ב) 2

(ג) 3

(ד) 4

5. הישר $-5x + 2y + 10 = 0$ משיק לגרף הפונקציה $f(x) = ax + c - \frac{6}{x}$ בנקודה $(2,0)$.

ערכו של c הוא:

(א) 1

(ב) 2

(ג) $\frac{1}{2}$

(ד) $1\frac{1}{2}$

6. נתונה הפונקציה $f(x) = |x^2 + |2x| - 8|$ המוגדרת בקטע $A = [-1,3]$

מהי התמונה של $f(x)$ בתחום ההגדרה A?

(א) $[0,7]$

(ב) $[0,8]$

(ג) $[5,7]$

(ד) $[5,8]$

7. נתונה הפונקציה:

$$f(x)=|x+4|\cdot|2x-6|$$

יש לפונקציה נקודת מקסימום מקומית (a,b).

$a+b=?$

(א) 22

(ב) 23

(ג) 24

(ד) 25

8. עבור כל מספר טבעי n מגדירים: $a_n = \int_0^n \frac{x(n-x)}{n^3} dx$

הסדרה a_n...

(א) אינה קבועה; שואפת ל- $\frac{1}{6}$

(ב) קבועה; ערכה הוא $\frac{1}{6}$

(ג) אינה קבועה; שואפת ל- $\frac{1}{3}$

(ד) קבועה; ערכה הוא $\frac{1}{3}$

9. למשוואה $x+1=\log_{\frac{1}{3}}(3^x+1)+\log_3(13\cdot 3^x-3)$ יש שני פתרונות x_1 ו-x_2.

$x_1\cdot x_2=?$

(א) -1

(ב) 2

(ג) $\frac{3}{2}$

(ד) 0

10. הערך המקסימלי של הפונקציה $f(x) = 2\cos^2 x - \sin x$ בתחום $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ הוא:

(א) $\frac{9}{4}$

(ב) 2

(ג) $\frac{5}{2}$

(ד) $\frac{17}{8}$

11. נתונים שני מספרים **שונים זה מזה** שכל אחד מהם הוא הריבוע של האחר.

אחד מהמספרים האלה הוא בהכרח:

(א) $\frac{1}{2}-\sqrt{3}\mathrm{i}$

(ב) $\frac{1}{3}-\frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{i}$

(ג) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

(ד) $\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{i}$

12. גרף הפונקציה $y = \ln^2 x - \ln x$ חותך את ציר ה-x בנקודות A ו-B.
C היא הנקודה על הגרף שבה יש לפונקציה ערך מינימלי.

שטח המשולש ABC הוא:

(א) $\frac{\sqrt{e}-1}{4}$

(ב) $\frac{e(\sqrt{e}-1)}{4}$

(ג) $\frac{e-1}{2}$

(ד) $\frac{e-1}{8}$

13. נתון מספר לא ממשי z המקיים את המשוואה $z+\frac{1}{z}=2\cos\alpha$

החלק הממשי של z^n הוא **בהכרח**:

(א) $n\cdot\cos\alpha$

(ב) $n\cdot\sin\alpha$

(ג) $\cos(n\alpha)$

(ד) $\sin(n\alpha)$

14. נתונה סדרה הנדסית בעלת תשעה איברים **חיוביים**: $a_1, a_2, a_3, ..., a_9$

נתון: $a_1 + a_4 + a_7 = 25$

$a_3 + a_6 + a_9 = 49$

הסכום של תשעת איברי הסדרה הוא:

(א) 100

(ב) 102

(ג) 104

(ד) 109

15. נתונות הנקודות: $O(0,0,0)$ $A(1,3,5)$ $B(-2,3,1)$ $C(0,7,-2)$ $D(\alpha,\beta,\gamma)$

הנקודה D נמצאת על הישר העובר דרך הנקודות B ו-C.

$AO \perp OD$

$\alpha + \beta + \gamma = \ldots$

(א) 24

(ב) 28

(ג) 34

(ד) 38

16. הפונקציה ההפוכה של $f(x)=\ln\frac{x}{1-x}$ היא $g(x)$.

$g(x)=?$

(א) $\frac{e^x+1}{e^x}$

(ב) $\frac{e^x-1}{e^x}$

(ג) $\frac{e^x}{e^x+1}$

(ד) $\frac{e^x}{e^x-1}$

17. נתונות המשוואות:

$$(I):\ ax^2 + bx + c = 0 \qquad (II):\ cx^2 + bx + a = 0 \qquad a,c \neq 0$$

אם למשוואה (I) יש שני פתרונות שונים x_1 ו-x_2 אז קיים מספר k שונה מ-0 כך שפתרונות המשוואה (II) הם:

(א) $\frac{kx_1}{x_2}$ ו- $\frac{kx_2}{x_1}$

(ב) $x_1 + k$ ו- $x_2 + k$

(ג) $\frac{k}{x_1}$ ו- $\frac{k}{x_2}$

(ד) $\frac{1}{x_1 + k}$ ו- $\frac{1}{x_2 + k}$

18. נתונה מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} x + y = 2 - z \\ 2xy = 4 + z^2 \end{cases}$$

$$x, y, z \in \mathbb{R}$$

איזו מהטענות הבאות לגבי z נכונה?

(א) בכל פתרון של המערכת, z בהכרח חיובי

(ב) בכל פתרון של המערכת, z בהכרח שלילי

(ג) בכל פתרון של המערכת, z יכול להיות חיובי ויכול להיות שלילי

(ד) למערכת אין פתרון

19. נתון מספר k קבוע שונה מ-1, והסדרה $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ המוגדרת על-ידי נוסחת הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = k \\ a_{n+1} = \dfrac{a_n + 1}{a_n - 1} \end{cases}$$

איזו מהסדרות הבאות קבועה **בהכרח**?

(א) a_{3n+2}

(ב) a_{4n+1}

(ג) a_{5n-1}

(ד) a_{7n-2}

20. שניים מהפתרונות של $x^3 - 125 = x^2 - 4x - 5$ הם מספרים מרוכבים שאינם ממשיים.

מהו הערך המוחלט של החלק המדומה שלהם?

(א) $\sqrt{60}$

(ב) $\sqrt{20}$

(ג) $\sqrt{30}$

(ד) $\sqrt{40}$

21. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ מוגדרת בתחום $(0, \frac{\pi}{2})$.

$f'(x) = ?$

(א) $2(1 + \tan^2 x) \cdot \tan x$

(ב) $2(1 + \tan^2 x) \cdot \sin x$

(ג) $\frac{2 \tan^3 x}{\cos^2 x}$

(ד) $\frac{2 \sin^3 x}{\cos^2 x}$

22. נתונים שני מישורים במרחב:

$3x + y + z + 2 = 0$

$-2x + 3y + 3z - 5 = 0$

L הוא הישר המוכל בשני המישורים הנתונים.

מהי משוואת המישור המכיל את הישר L ואת הנקודה $(0,0,0)$?

(א) $x + y + z = 0$

(ב) $x + 2y + 2z = 0$

(ג) $x + y - z = 0$

(ד) $x - y + 2z = 0$

23. נתונה הסדרה $a_n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} \cdot (-1)^1 \cdot 2^2 + ... + \binom{n}{k} \cdot (-1)^k \cdot 2^{2k} + ... + \binom{n}{n} \cdot (-1)^n \cdot 2^{2n}$

מהו הערך הקטן ביותר של n שעבורו מתקיים: $a_n > 100$?

(א) 6

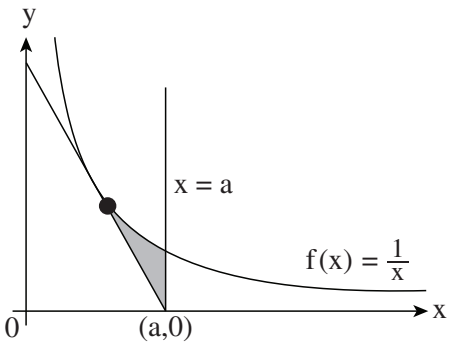
(ב) 8

(ג) 10

(ד) 12

24. לגרף הפונקציה $f(x)=\frac{1}{x}$ מעבירים משיק החותך את ציר ה-x בנקודה $(a,0)$.

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק המועבר והקו הישר $x=a$ (השטח הכהה בסרטוט), הוא:



(א) $\ln\frac{1}{a}+0.5$

(ב) $\ln\frac{1}{a}+0.25$

(ג) $\ln 2-0.25$

(ד) $\ln 2-0.5$

25. נתונה פונקציה $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ המוגדרת על ידי הביטוי $f(x) = (1 + x^2) \cdot \arctan(x)$.

השלימו: פונקציה זו היא _____.

(א) חד חד ערכית ואינה על

(ב) על ואינה חד חד ערכית

(ג) חד חד ערכית ועל

(ד) אינה חד חד ערכית ואינה על